COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 AVRIL 1878.

PRÉSIDENCE DE M. FIZEAU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Taches du Soleil et magnétisme;* par M. **Faye**.

« On est généralement convaincu que les taches agissent sur les variations de l'aiguille aimantée, parce qu'on leur suppose la même période. Ayant eu l'occasion d'examiner cette hypothèse (¹), j'ai fait remarquer que la période des taches est de $11^a,11$ d'après M. Wolf, de Zurich ; que celle des variations en déclinaison de l'aiguille aimantée est de $10^a,45$ d'après MM. Lamont, Loomis et Broun ; que, par suite, les deux phénomènes sont indépendants l'un de l'autre.

» Comme cette hypothèse tient à cœur à beaucoup de personnes, M. Piazzi Smyth a invité ces savants à s'expliquer à ce sujet (²). M. Broun et M. Wolf ont répondu en affirmant de nouveau l'exacte et constante concordance des deux phénomènes, mais en maintenant chacun sa période (³); la question de l'Astronome royal d'Écosse est donc restée sans réponse.

(¹) *Comptes rendus,* 30 juillet 1877, et *Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1878.

(²) Journal anglais *Nature*, vol. XVII, p. 220.

(³) Broun, dans *Nature*, 23 janvier 1878, et Wolf, dans *Mémoire sur la période commune;* voir aussi *Astron. Mittheilungen*, n° XLVI.

» Pour y répondre, il faut déterminer séparément chaque période *en dehors de toute idée préconçue.* Comme les influences de cet ordre se glissent aisément dans la discussion des observations douteuses, incomplètes, susceptibles d'être arrangées de diverses manières, j'ai pensé qu'il ne fallait employer ici que des observations certaines, complètes, qui s'imposent telles qu'elles sont. Pour l'aiguille aimantée, je prends la série moderne depuis Arago. Antérieurement, les seules observations instituées par Cassini à l'Observatoire, malheureusement interrompues en 1792, méritent une entière confiance, grâce à l'excellence de l'instrument construit sur les indications de Coulomb. Il y a là un intervalle de 90 ans qui est bien suffisant

» De même, pour les taches, je n'emploie que les observations instituées expressément en vue de la loi de leur variation, par suite en pleine connaissance du but à atteindre et des soins qu'exige une telle recherche. Par cette double limitation, j'évite le reproche adressé à M. Wolf d'avoir basé certaines époques de maximum des taches sur des observations trop peu nombreuses, faites par des astronomes qui ne s'occupaient guère que des belles taches ([1]) ; j'évite aussi l'inconvénient de ces observations magnétiques postérieures à Cassini, dans lesquelles M. Wolf compte deux périodes là où M. Broun en compte trois. Voici ces documents certains ([2]) :

ÉPOQUES CERTAINES DES MAXIMA ET DES MINIMA DES TACHES SOLAIRES ET DES VARIATIONS MAGNÉTIQUES.

Taches solaires.			Variations magnétiques.		
	»		Max.	1787,2	Cassini.
	»			Lacune.	
	»		min.	1824,2	Arago.
	»		M.	1829,7	
min.	1833,9	Schwabe.	m.	1833,8	
Max.	1837,2		M.	1837,7	
m.	1843,5		m.	1844,5	
M.	1848,1		M.	1848,7	
m.	1856,0		m.	1856,4	
M.	1860,1		M.	1859,8	
m.	1867,2		m.	1866,7	
M.	1870,6		M.	1870,8	
m.	1878,0		m.	1877,5	

([1]) LAMONT, *Einige Bemerkungen über die zehnjährige Period*, p. 23.

([2]) BROUN, *On the decennial period*, dans les *Trans. of the R. S. of Edinburgh*, vol. XXVII.

» Commençons par les taches. Soient x la petite correction de l'époque 1833,9, y la période et z l'intervalle supposé constant d'un minimum au maximum suivant, on aura les équations de condition suivantes :

$$\begin{aligned} 0^a &= x, & 26^a,2 &= x + 2y + z,\\ 3,3 &= x + z, & 33,3 &= x + 3y,\\ 9,6 &= x + y, & 36,7 &= x + 3y + z,\\ 14,2 &= x + 2y + z, & 44,1 &= x + 4y,\\ 22,1 &= x + 2y, \end{aligned}$$

et pour équations finales

$$\begin{aligned} 189,5 &= 9x + 16y + 4z,\\ 506,8 &= 16x + 144y + 6z,\\ 80,4 &= 4x + 6y + 4z. \end{aligned}$$

Les valeurs des inconnues sont

$$x = -0^a,58, \quad y = 11^a,20 \pm 0^a,10, \quad z = 3^a,88.$$

» C'est à peu près la période de M. Wolf. Pour essayer la période de la boussole que M. Broun veut imposer aux taches du Soleil, nous ferons $y = 10,45$ dans la première et la seconde équation, d'où

$$x = +0^a,9, \quad y = 10^a,45, \quad z = 3^a,52.$$

» Voici la comparaison des observations avec ces deux systèmes :

Observation.	Calcul ($y = 11^a,20$).	Calcul ($y = 10,45$).	C — O $y = 11^a,20$.	C — O $y = 10,45$.
m. 1833,9	1833,3	1834,8	$-0^a,6$	$+0,9$
M. 1837,2	1837,2	1837,6	0	$+1,1$
m. 1843,5	1844,5	1845,3	$+1,0$	$+0,8$
M. 1848,1	1848,4	1848,8	$+0,3$	$+0,4$
m. 1856,0	1855,7	1855,7	$-0,3$	0
M. 1860,1	1859,6	1859,2	$-0,5$	$-0,9$
m. 1867,2	1866,9	1866,2	$-0,3$	$-0,7$
M. 1870,6	1870,8	1869,7	$+0,2$	$-0,9$
m. 1878,0	1878,1	1876,6	$+0,1$	$-1,4$

» Ainsi la période magnétique déterminée par M. Broun ne satisfait pas aux observations. Tout au contraire, celles-ci nous donnent presque exactement la période de $11^a,11$, que M. Wolf a déduite de l'ensemble des documents relatifs aux taches depuis leur découverte, c'est-à-dire deux siècles et demi.

» Il nous sera aisé maintenant d'apprécier les travaux de M. Wolf et la portée des critiques de M. A. Broun. Pour cela je remarque que ces critiques sont toutes basées sur l'emploi d'un maximum des taches que M. Wolf aurait trouvé, vers 1788, tout près du maximum magnétique de Cassini en 1787,2. Les documents de cette époque sont peu nombreux.

« C'est juste à cette époque, où nous aurions le plus besoin de séries complètes d'observations de taches solaires, qu'elles manquent le plus, dit M. Broun dans le Mémoire déjà cité. Les nombres *relatifs* de taches fixés par le Dr Wolf pour cette période (1790-1815) ne sont que des évaluations grossières ou même, en certains cas, des conjectures fort hasardées (*doubtful guesses*). »

» Je me demande si, pour reconnaître un maximum des taches en 1788, M. Wolf s'est laissé influencer par la présence certaine et bien accentuée du maximum de la boussole en 1787, car par deux procédés différents, pris dans les seules taches, j'arrive à un tout autre résultat.

» 1° En retranchant quatre périodes ou $44^a,44$ de la date certaine de 1837,3, on trouve un maximum en 1792,8.

» 2° Sir J. Herschel a remarqué que l'an 1800 était une année de minimum des taches. En retranchant de cette date la différence

$$11^a,11 - 3^a,9 = 7^a,2$$

qui doit exister entre un minimum et le maximum précédent, on trouve encore 1792,8.

» 3° Enfin, de 1788,1 au minimum suivant de M. Wolf 1798,3, il y a 10 ans (au minimum de J. Herschel, il y aurait 12 ans), intervalle qui ne se rencontre pas une seule autre fois dans toute la durée des observations des taches en deux siècles et demi.

» Quoi qu'il en soit, M. Broun n'hésite pas à faire coïncider ce maximum des taches avec celui de l'aiguille; dès lors toute sa critique de la période de $11^a,11$ de M. Wolf roule uniquement sur l'emploi de cette date de 1787,2, qui est bien celle de l'aiguille de Cassini, mais qui ne répond à rien de certain pour les taches. Pour faire apprécier cette critique, je rapporterai d'abord les résultats des longues et belles recherches de M. Wolf

sur l'histoire entière des taches du Soleil depuis Galilée et le P. Scheiner.

m. 1610,8	M. 1685,0	m. 1755,2	M. 1829,9
M. 1615,5	m. 1689,5	M. 1761,5	m. 1833,9
m. 1619,0	M. 1693,0	m. 1766,5	M. 1837,2
M. 1626,0	m. 1698,0	M. 1769,7	m. 1843,2
m. 1634,0	M. 1705,5	m. 1775,5	M. 1848,1
M. 1639,5	m. 1712,0	M. 1778,4	m. 1856,0
m. 1645,0	M. 1718,2	m. 1784,7	M. 1861,1
M. 1649,0	m. 1723,5	M. 1788,1	m. 1867,2
m. 1655,0	M. 1727,5	m. 1798,3	M. 1870,6
M. 1660,0	m. 1734,0	M. 1804,2	m. 1878,0
m. 1666,0	M. 1738,7	m. 1810,6	
M. 1675,0	m. 1745,0	M. 1816,4	
m. 1679,5	M. 1750,3	m. 1823,3	

» Si, au lieu de choisir parmi ces nombres qui, certes, ne peuvent avoir tous la même valeur, précisément la date la plus douteuse ou tout au moins la plus extraordinaire, M. Broun avait pris une date moins douteuse, si, par exemple, il avait pris 1870,6, il aurait trouvé $11^a,11$ comme M. Wolf. En comparant 1787,2, il trouve :

Avec 1693.........	$y = 10,43$	Avec 1649	$y = 10,64$
» 1685.........	10,23	» 1639,6.........	10,56
» 1675.........	10,21	» 1626	10,75
» 1660.........	10,61	» 1615,5.........	10,75

» Pour moi, en comparant 1870,6 avec les mêmes dates, je trouve :

Avec 1693.............	11,10	Avec 1649	11,08
» 1685.............	10,92	» 1639,5.............	11,00
» 1675.............	10,87	» 1626	11,13
» 1660.............	11,07	» 1615,5.............	11,09

» De plus, la table de M. Wolf montre que, d'un minimum au maximum suivant, l'intervalle moyen est de $4^a,5$. Or, nous venons de trouver près de 4 ans par les seules observations modernes. Je conclus de cet examen que les critiques de M. Broun n'ont pas d'autre base que l'erreur accidentelle commise en 1788, soit parce que M. Wolf se sera trop laissé influencer par le maximum incontestable de la boussole de Cassini, soit parce qu'il se sera produit dans le Soleil, juste à cette époque, un phénomène extraordinaire.

» Je dois, avant d'aller plus loin, faire remarquer combien la conviction profonde de ces deux savants, au sujet de l'hypothèse dont nous nous occupons, a été défavorable à la pleine et impartiale manifestation de la vérité.

» Quoi qu'il en soit, s'il s'est glissé quelques erreurs (ne pas oublier qu'il peut y avoir eu non pas erreur, mais bien anomalie) dans la masse énorme de travail accomplie par M. Wolf, je conclus néanmoins que la période des taches est $11^a,11$, telle que M. Wolf l'a formulée et que ce nombre restera dans la science.

» Passons aux variations de la déclinaison. Puisqu'il y a contestation pour le nombre des périodes entre 1787 et 1829, omettons d'abord la première date. Les observations donnent, à partir de 1824,2, les équations de conditions suivantes :

$$\begin{aligned} 0^a &= x, & 32^a,2 &= x+3y,\\ 5,5 &= x, & 35,6 &= x+3y+z,\\ 9,6 &= x+y, & 42,6 &= x+4y,\\ 13,5 &= x+y+z, & 46,6 &= x+4y+z,\\ 20,3 &= x+2y, & 53,3 &= x+5y;\\ 24,5 &= x+2y+z, \end{aligned}$$

D'où l'on tire $y = 10^a,65$, résultat qui donne pleinement raison à M. Broun contre M. Wolf et nous oblige à compter, avec le premier, quatre périodes et non pas trois en 1787 et 1824. Joignons donc au système précédent l'équation $37,0 = x - 4y + z$ relative à 1787,2. De ces deux équations on tire

$$x = 0^a,08, \quad y = 10^a,50 \pm 0^a,08, \quad z = 4^a,20 \pm 0,36.$$

» Si l'on adoptait la période des taches, $11^a,11$, comme le veut M. Wolf, on aurait

$$x = -1^a,43, \quad y = 11^a,11, \quad z = 5^a,10.$$

Dates.	Observations.	Calcul ($y = 10,50$).	Calcul ($y = 11,11$).	C – O ($y = 10,50$).	C – O ($y = 11,11$).
M. 1787,2...	$-37^a,0$	$-37^a,7$	$-40^a,8$	$-0^a,7$	$-3^a,0$
....	....	....	....	...	...
....	....	....	....	...	...
m. 1824,2...	0,1	+ 0,1	– 1,4	+ 0,1	– 1,5

Dates.	Observations.	Calcul ($y = 10,50$).	Calcul ($y = 11,11$).	C — O ($y = 10,50$).	C — O ($y = 11,11$).
	a	a	a	a	a
M. 1829,7...	5,5	4,3	+ 3,7	— 1,2	— 0,6
m. 1833,8...	9,6	10,6	9,7	+ 1,0	— 0,9
M. 1837,7...	13,5	14,8	14,8	+ 1,3	0
m. 1844,5...	20,3	21,1	20,8	+ 0,8	— 0,3
M. 1848,7...	24,5	25,3	25,9	+ 0,8	+ 0,6
m. 1856,4...	32,2	31,6	31,9	— 0,6	+ 0,4
M. 1859,8...	35,6	35,8	37,0	+ 0,2	+ 1,2
m. 1866,8...	42,6	42,6	43,0	— 0,5	+ 0,9
M. 1870,8...	46,6	46,3	48,1	— 0,3	+ 1,4
m. 1877,5...	53,3	52,6	54,1	— 0,7	+ 1,5

» La conclusion est évidente : la vraie période est celle de M. Broun, à qui nous devons la manifestation de la vérité sur ce point capital. La période de M. Wolf, c'est-à-dire celle des taches solaires, est absolument inadmissible pour la variation du magnétisme.

» Il reste seulement ce fait accidentel que les deux phénomènes périodiques marchaient à peu près d'accord il y a quelques années. Pour fixer la date, calculons par nos formules les époques des maxima et des minima suivants :

Boussole.	Taches.	Différence.
M. 1838,8	1837,2	+ 1,6
m. 1845,3	1844,5	+ 0,8
M. 1849,5	1848,4	+ 1,1
m. 1855,8	1855,7	+ 0,1
M. 1860,0	1859,6	+ 0,4
m. 1866,3	1866,9	— 0,6
M. 1870,5	1870,8	— 0,3
m. 1876,8	1878,1	— 1,3

» C'est vers 1860 que l'accord avait lieu. Il est donc tout naturel que les observateurs, frappés d'une concordance si prolongée, aient cru à l'égalité parfaite des périodes et à la connexion physique des deux éléments.

» Ce qui contribue ici à l'illusion produite, c'est que les phénomènes appartiennent tous deux à la catégorie de ceux qui croissent un peu plus vite qu'ils ne décroissent. En effet, pour les taches, le maximum est à $3^a,9$ du minimum précédent et à $7^a,2$ du minimum suivant, tandis que pour l'aiguille les nombres correspondants sont $4^a,2$ et $6^a,3$. Cela contribue à faire croire que la courbe de l'aiguille reproduit fidèlement toutes les inflexions

de celle des taches. C'est ce qui a permis à M. Wolf de représenter les observations magnétiques contemporaines de Prague, Milan, etc., par des formules relatives aux taches solaires. Mais cela n'empêchera pas les discordances de s'accentuer de plus en plus jusqu'au renversement complet vers 1950.

» Voici finalement ma réponse à la question de M. Piazzi Smyth : 1° les périodes $10^a,45$ pour la boussole, $11^a,11$ pour les taches ont été bien déterminées, l'une par M. Broun, l'autre par M. Wolf; 2° les deux phénomènes sont sans rapport entre eux ; 3° un ensemble de circonstances favorables, qui se reproduit tous les 176 ans, a fait croire à la connexion de ces deux phénomènes; 4° ces concomitances passagères ne sont pas absolument rares dans l'histoire des sciences. Il y a quelques années, on en avait noté une pareille entre les taches et les rayons vecteurs de Jupiter. On peut voir ce qui en est arrivé dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1877. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'homogénéité dans les formules de Physique.* Note de M. J. Bertrand.

« Les unités sont arbitraires, mais la dépendance des grandeurs qu'elles mesurent impose à leurs variations, en Physique aussi bien qu'en Géométrie et en Mécanique, certaines relations nécessaires. Si l'on choisit, par exemple, une unité de longueur dix fois moindre, il faut rendre l'unité de volume mille fois plus petite, et, si l'on double l'unité de force, il faut en même temps doubler l'unité de masse. Les formules restent invariables pour de tels changements : c'est en cela que consiste leur homogénéité. Quand une formule est obtenue, on constate aisément qu'elle est homogène; mais cette vérification, dont le succès est certain, serait sans intérêt comme sans utilité. Il en est autrement des conditions imposées *à priori*, par l'homogénéité nécessaire des formules encore inconnues; plus d'une loi physique peut s'en déduire et y trouver la plus simple à la fois et la plus rigoureuse des démonstrations.

» Considérons, par exemple, la propagation de l'électricité dans un fil télégraphique isolé et considéré comme indéfini. Supposons que l'extrémité, étant mise en communication avec le pôle de la pile, soit portée et maintenue au potentiel V_0; une théorie très-imparfaite encore, reposant sur des hypothèses incertaines et sur des calculs trop hardiment simplifiés, a fait connaître l'expression du temps nécessaire pour que le potentiel en

un point donné du fil atteigne une valeur donnée V. Cherchons quelles conditions l'homogénéité d'une telle formule impose à la loi qu'elle exprime et pour cela définissons d'abord les unités dont on doit faire usage.

» L'*unité de longueur*, l'*unité de temps* et l'*unité de force* sont arbitraires et indépendantes; mais, quand on les a choisies, toutes les autres s'y rattachent et doivent s'en déduire.

» L'*unité de masse électrique* est la quantité d'électricité qui, concentrée en un point, exerce sur une quantité égale concentrée à la distance unité une répulsion égale à l'unité.

» L'*unité d'intensité de courant* est l'intensité telle que l'action d'un élément ds sur un élément ds' de courant identique soit représentée par la loi d'Ampère, dans laquelle les facteurs représentant les intensités, et qu'il désigne par i et i', sont remplacés par l'unité.

» L'*unité de résistance* est la résistance d'un fil dans lequel s'établit le courant d'intensité unité, lorsque la différence des potentiels extrêmes est l'unité.

» Le potentiel mesuré par l'unité est celui d'une sphère métallique, de rayon unité, chargée sur sa surface d'une masse électrique égale à l'unité. Si l'on change l'unité de longueur, l'unité de temps et l'unité de force en les rendant respectivement α, β, γ fois plus petites, il résulte des définitions précédentes que l'unité de masse électrique sera divisée par $\alpha\sqrt{\gamma}$, l'unité d'intensité par $\sqrt{\gamma}$ et l'unité de potentiel également par $\sqrt{\gamma}$: l'unité de résistance ne sera pas changée ; mais, si l'on considère un fil indéfini, la résistance de l'unité de longueur, primitivement représentée par R, le sera par $\frac{R}{\alpha}$.

» Supposons que l'extrémité d'un fil soit portée et maintenue au potentiel V_0, tout le fil étant d'abord au potentiel zéro, et supposons que le point situé à la distance l parvienne, après le temps T, au potentiel V, l'expression de T peut dépendre évidemment de V_0, de V et de l, de la résistance R de l'unité de longueur de fil et de deux éléments physiques qui sont : 1° la capacité électrique du fil, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui charge l'unité de longueur quand le potentiel est égal à l'unité, et 2° la quantité d'électricité E qui, dans un courant d'intensité unité, traverse dans l'unité de temps une section du fil.

» On aura donc

$$T = F(V_0, V, l, R, C, E), \tag{1}$$

et cette formule doit être homogène.

» Si l'on change les unités, comme il a été dit plus haut, on voit immédiatement que C ne change pas et que E devient $\frac{E\alpha}{\beta}$; on devra donc avoir

$$\beta T = F\left(V\sqrt{\gamma}, V_0\sqrt{\gamma}, l\alpha, \frac{R}{\alpha}, C, E\frac{\alpha}{\beta}\right).$$

» Cette équation doit avoir lieu quels que soient les nombres α, β, γ; on en conclut très-aisément que la relation (1) doit pour cela avoir la forme nécessaire

$$T = \frac{l}{E}\varpi\left(\frac{V_0}{V}, lR, C\right),$$

et cette formule, homogène, quelle que soit la fonction ϖ, exprime la loi la plus générale qui soit compatible avec la condition d'homogénéité.

» Le temps T devant croître évidemment avec la résistance R ne peut pas être proportionnel à l, et il est impossible, par conséquent, qu'il existe pour l'électricité une *vitesse de propagation* comme pour la lumière ou le son. Il y a plus, on peut démontrer aisément qu'en négligeant l'induction du courant sur lui-même le temps T est proportionnel à la résistance R.

» Considérons en effet deux fils identiques à tout autre point de vue et dont les résistances soient dans le rapport de α à l'unité. Si, à un certain instant, l'état électrique est le même pour les deux fils, c'est-à-dire si aux points semblablement placés la densité est la même, par conséquent aussi le potentiel puisque les fils sont géométriquement identiques, les forces électromotrices étant par suite les mêmes, le rapport des intensités des courants homologues sera égal à celui des résistances, c'est-à-dire à α, et la quantité d'électricité qui dans le temps dt traversera une section du premier fil sera la même que celle qui dans le temps $\alpha\, dt$ traverse la section semblablement placée dans le second : la quantité d'électricité accumulée dans une tranche quelconque sera donc la même des deux côtés, pourvu que l'on compare le premier fils après le temps dt au second après le temps $\alpha\, dt$, et l'identité des états électriques se maintiendra indéfiniment, pourvu que l'on compare le premier après le temps t au second après le temps αt; le temps nécessaire pour que le potentiel atteigne la valeur V à la distance l, étant T pour le premier, sera αT pour le second, et le rapport des temps est celui des résistances.

» La fonction ϖ, d'après ce qui précède, étant proportionnelle à R, l'est nécessairement à Rl, et la formule (1) prend la forme

$$T = \frac{l^2 R}{E} F\left(\frac{V_0}{V}, C\right).$$

» Le temps nécessaire pour que le potentiel acquière une valeur donnée est par conséquent, pour un même fil, proportionnel au carré de sa longueur.

» Ce résultat, obtenu pour la première fois par M. William Thomson, a été confirmé par l'expérience; mais les démonstrations proposées jusqu'ici paraissent loin d'être rigoureuses.

» Dans son admirable Ouvrage *Sur la théorie analytique de la chaleur,* Fourier indique l'influence exercée par le choix des unités sur les coefficients spécifiques relatifs à la propagation de la chaleur ; mais, loin d'utiliser le tableau des *exposants de dimensions,* donné à la page 157 de son livre, pour prévoir la loi de certains phénomènes, il ne s'arrête même pas à signaler l'homogénéité des formules obtenues.

» En appliquant la méthode qui fait l'objet de cette Note au problème du refroidissement d'une sphère homogène, on obtient un résultat digne d'être signalé.

» Dans la solution du problème du refroidissement d'une sphère homogène, on doit faire intervenir le rayon R de la sphère, le temps écoulé t, la température V, au point considéré, la conductibilité intérieure K, la conductibilité extérieure h, le calorique spécifique C, la densité D. Les unités arbitraires sont au nombre de quatre; aux unités de longueur, de temps et de force, il faut adjoindre celle de température, si les unités sont rendues respectivement α, β, γ et δ fois plus petites, en supposant que l'unité de chaleur corresponde à celle de travail et qu'elle devienne par conséquent $\gamma\alpha$ fois plus petite, et, en tenant compte de cette différence avec les hypothèses de Fourier qui n'établissait aucune dépendance entre les mesures de la chaleur et celle du travail, on trouve que, si le temps nécessaire pour que la température moyenne de la sphère rayonnant dans un milieu entretenu à zéro devienne V_1, la température initiale, étant V_0, est représentée par la formule

$$(a) \qquad T = F(V, V_0, k, C, D, h, R);$$

on devra avoir, après le changement des unités,

$$(b) \qquad T = F\left(\delta V, \delta V_0, \frac{k\gamma}{\delta\beta}, \frac{h\gamma}{\alpha\beta\delta}, \frac{C\alpha^2}{\beta^2\delta}, \frac{D\beta^2\gamma}{\alpha^4}, R\alpha\right).$$

Les facteurs arbitraires α, β, γ, δ doivent disparaître de cette équation, c'est la condition d'homogénéité; mais il ne paraît pas possible d'en déduire

aucun théorème digne d'intérêt sans transformer préalablement l'équation (a); il est aisé d'établir que les coefficients k, C, D, h doivent figurer par les rapports $\frac{k}{CD}$ et $\frac{h}{k}$ seulement et que deux corps différents, géométriquement identiques, pour lesquels ces rapports sont les mêmes, étant placés dans les mêmes conditions calorifiques, s'échaufferont ou se refroidiront suivant la même loi. D'après cela, la formule (a) peut s'écrire

$$(c) \qquad T = F\left(V, V_0, \frac{k}{CD}, \frac{h}{k}, R\right);$$

et l'on doit avoir, quelles que soient les constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$,

$$\beta T = F\left(\delta V, \delta V_0, \frac{k}{CD}\frac{\alpha^2}{\beta}, \frac{h}{k\alpha}, R\alpha\right);$$

et, pour cela, il faut et il suffit, comme on le démontre très-aisément, que l'équation (c) soit de la forme

$$(c) \qquad T = \frac{CDR^2}{k} F\left(\frac{V_0}{V}, \frac{Rh}{k}\right).$$

Et par conséquent, si par une méthode quelconque, théoriquement ou expérimentalement, on obtient la loi qui lie le temps T à la conductibilité h, on en pourra conclure la forme de l'équation qui lie ce même temps au rayon R. Si, par exemple, T est, pour une même valeur de R, inversement proportionnel à h, il doit être, pour une même valeur de h, directement proportionnel à R. »

THERMOCHIMIE. — *Action de l'oxygène sur les chlorures acides et composés analogues : étain, silicium, bore;* par M. **Berthelot**.

I. — Étain : *Données thermiques.*

$Sn + O = SnO$ hydraté dégage............	$+34,5$ [1]
$Sn + O^2 = SnO^2$ hydraté............... ...	$+67,6$ [1]
$Sn + Cl = SnCl$ anhydre cristallisé..........	$+40,4$ (Thomsen)
$Sn + Cl^2 = SnCl^2$ liquide..................	$+63,6$ (Th.)

[1] M. Thomsen a donné $+34,1$ et $+66,8$; mais il admet dans son calcul $+34,1$ pour la chaleur de formation de l'eau, tandis que je crois $+34,5$ préférable.

$Sn + Br$ gaz = $SnBr$ (¹) anhydre cristallisé. . . . . . + 35,7 (Berthelot)
$Sn + Br^2$ gaz = $SnBr^2$ (²) anhydre cristallisé. . . . . . + 57,7; liquide, + 56,2 (B.)

» Les chaleurs de formation des deux oxydes sont à peu près doubles l'une de l'autre, comme Dulong l'avait remarqué. Mais ce rapport ne subsiste pas pour les chlorures et bromures.

(¹) $SnCl$ + (1^p + 80^p eau renfermant KBr) à 10 degrés.... + 0,40
$SnBr$ (1^p + quantité d'eau équivalente renfermant KCl). − 0,70

On a dès lors : système initial : Sn + Cl + K + Brgaz + eau.

Sn + Brgaz = SnBr anhydre. .	x	Sn + Cl = SnCl anhydre.	+ 40,4
K + Cl + eau = KCl dissous.	+ 100,8	K + Brgaz + eau = KBr diss. .	+ 95,0
Réaction des deux corps.	− 0,7	Réaction des deux corps.	+ 0,4
	x + 100,1		+ 135,8

L'identité du système final étant admise, quelle qu'en soit la nature réelle (oxybromure et oxychlorure, etc.), on tire de là : $x = + 35,7$.

J'ai trouvé d'ailleurs, à 10 degrés :

SnCl + eau (1^p + 60^p) dégage. . . + 0,37 } à peu près le même chiffre qu'en présence de KCl.
SnCl, 2HO + eau (1^p + 20^p). . . − 2,53

SnBr anhydre + eau (1^p + 70^p) donne d'abord lieu à une absorption de chaleur, soit − 0,82, par suite de la dissolution du sel; mais presque aussitôt se développe une deuxième réaction, qui dégage de la chaleur avec formation d'un oxybromure insoluble, soit + 0,41, la somme des effets réunis étant une absorption de − 0,41. La dissolution de SnBr dans une solution renfermant KCl donne également lieu à ces deux effets, le premier ayant absorbé − 1,09 et le second ayant dégagé + 0,28 dans une expérience : la somme − 0,81 ne diffère guère du chiffre − 0,70 trouvé plus haut. J'ai déjà fourni bien des exemples de ces réactions successives exercées dans les dissolutions.

SnCl (1^p + 20^p eau) mêlé avec KI ($1^{éq} = 2^{lit}$) a donné lieu d'abord à un précipité jaune et floconneux (oxyiodure), en dégageant + 0,92; puis ce précipité s'est transformé, en produisant une certaine dose d'iodure stanneux rouge (hydrate cristallisé), et en dégageant environ + 1,12; en tout + 2,04. — Cette réaction ne m'a pas paru assez nette pour être employée à calculer la chaleur de formation de l'iodure stanneux.

(²) $SnCl^2$ liquide (1^p + 70^p eau renfermant 2KBr) dégage à 10 degrés. + 14,06
$SnBr^2$ solide (1^p + quantité d'eau équiv. renfermant 2KCl). . . . . . . + 8,40

On a dès lors, système initial : Sn + Cl^2 + Br^2 + K^2 + eau :

Sn + Br^2(gaz) = $SnBr^2$ sol.	x	Sn + Cl^2 = $SnCl^2$ liq.	+ 63,6
2(K + Cl) + eau = KCl diss. .	+ 201,6	2(K + Brgaz) + eau = 2KBr dis.	+ 190,0
Réaction des deux corps.	+ 8,4	Réaction des deux corps.	+ 14,1
	x + 210,0		+ 267,7

L'identité du système final étant admise, et sans se préoccuper de sa constitution réelle,

» La chaleur de formation des iodures d'étain n'a pu être mesurée; mais, d'après les analogies (arsenic, phosphore, mercure, etc.),

$Sn + I$ gaz $= Sn I$ solide, dégagerait environ... $+27$
$Sn + I^2$ gaz $= Sn I^2$ solide. » ... $+40$

» *Conséquences chimiques.* — 1° L'oxygène doit déplacer le brome des deux bromures d'étain : car la formation de l'acide stannique aux dépens du bromure stanneux dégagerait (à froid) $+31,9$, aux dépens du bromure stannique, $+9,9$. C'est ce que l'expérience confirme, avec des phénomènes correspondant à la grandeur relative de ces dégagements de chaleur. En effet, le bromure stanneux, chauffé au rouge sombre, prend feu dans l'oxygène sec, en fournissant du brome et de l'acide stannique. Le bromure stannique donne naissance à du brome libre, mais sans prendre feu.

» 2° L'oxygène doit déplacer l'iode des iodures d'étain. En fait, l'iodure stanneux et l'iodure stannique prennent feu dans l'oxygène, vers le rouge sombre, avec formation de vapeurs d'iode et d'acide stannique.

» 3° Les réactions des chlorures d'étain donnent lieu à des remarques spéciales. On sait avec quelle facilité le chlorure stanneux dissous absorbe l'oxygène ; on sait aussi que ce chlorure anhydre, chauffé dans l'oxygène, fournit du bichlorure et de l'acide stannique :

$$2\,Sn\,Cl + O^2 = Sn\,Cl^2 + Sn\,O^2, \text{ dégagerait (à froid)}\ldots \quad +50,4$$

» J'ai vérifié que cette réaction a lieu vers 500 degrés dans un tube scellé. L'oxyde stanneux et le chlore fournissent les mêmes produits :

$$2\,Sn\,O + Cl^2 = Sn\,Cl^2 + Sn\,O^2 \ldots \quad +62,2.$$

» La formation d'un oxychlorure semble précéder ces métamorphoses.

---

on tire de là : $x = +57,7$. Ce nombre se rapporte au bromure stannique cristallisé. Pour le comparer au chlorure liquide, j'ai mesuré la chaleur de fusion du bromure stannique, composé qui fond à 25°,5. J'ai trouvé directement, à cette température : $+1^{C},50$ et $+1,64$; moyenne $+1^{C},57$. J'ai vérifié ce chiffre en dissolvant directement dans l'eau le bromure liquide, afin de l'amener à un état final invariable, et en retranchant le nombre obtenu de la chaleur de dissolution du corps solide. Ce procédé a fourni : $+1,45$.

$Sn\,Cl^2$ + eau ($1^p + 50^p$) dégage à 10°,5........ $+14,27$
$Sn\,Br^2$ + eau ($1^p + 40^p$) » .... $+8,28$

nombres qui ne s'écartent guère de ceux observés avec les sels potassiques.

» 4° Sur la réaction entre le chlorure stannique et l'oxygène, les chiffres du tableau nous laissent dans le doute. En effet, les nombres 67,6 (oxyde) et 63,6 (chlorure) sont très-voisins; et ils le deviendraient davantage, si nous comparions les deux corps sous le même état, c'est-à-dire sous l'état solide : ce qui amènerait la chaleur de formation du chlorure vers 65 à 66. Les deux nombres sont donc presque égaux. Que deviennent-ils au rouge sombre ? C'est ce que les données actuelles ne permettent pas de décider. En fait il n'y a point de réaction, ni dans un sens, ni dans l'autre, vers le rouge sombre : le chlorure stannique et l'oxygène notamment, dirigés à travers un tube de porcelaine faiblement rougi, ne fournissent pas trace de chlore. Au rouge vif, M. R. Weber a observé que le chlore formait du chlorure stannique avec l'acide stannique : ce qui s'explique, soit parce que la chaleur de formation du chlorure l'emporte sur celle de l'oxyde, à cette température; soit plutôt parce que l'acide stannique, composé fixe, éprouve quelque dissociation, laquelle met en opposition la chaleur de formation de l'oxyde stanneux avec celle du chlorure stannique, composé volatil et éliminable, conformément à l'une des réactions citées plus haut.

II. — Silicium : *Données thermiques.*

$SiCl^4$ ($1^p + 140^p$ eau) à 9° [Kahlbaum] dégage......	+69,7		
» » [Billaudot].............	+69,1	}	moyenne +69,0 (B.).
» » [*École Normale*].........	+68,1		

» La pureté du chlorure de silicium est difficile à réaliser, ce corps renfermant souvent un peu d'oxychlorure, même après qu'il a été privé de chlore libre au moyen du mercure. Sa réaction sur l'eau ne donne guère lieu qu'à de la silice dissoute, si l'on opère de façon à éviter tout échauffement notable au point de contact, en agitant sans cesse.

$SiBr^4$ ($1^p + 110^p$ eau) à 9° dégage (¹) +82,7 et +83,3; moy. +83,0 (B.).

» On tire de ces nombres la différence entre la chaleur de formation du chlorure de silicium et de la silice dissoute, soit :

$[Si + O^4 = SiO^4$ dissoute$] - [Si + Cl^4 = SiCl^4$ liq.$]$ vaut....... +49,8

et la différence analogue entre les chlorure et bromure :

$[Si + Cl^4 = SiCl^4$ liquide$] - [Si + Br^4 = SiBr^4$ liq.$]$ vaut...... +37,2

soit +9,3 pour Cl substitué à Br gazeux, et = 12,4 pour O à Cl.

(¹) 100 parties ont fourni à l'analyse : Br = 92,1; théorie 92,0.

» Ce sont à peu près les mêmes valeurs que pour l'aluminium : Cl substitué à Br dégageant $+ 9,3$; et O à Cl $+ 12,0$: rapprochement conforme aux grandes analogies chimiques de la silice et de l'alumine.

» Si l'on admet, avec MM. Troost et Hautefeuille, que

$$Si + Cl^4 = SiCl^4 \text{ liq. dégage} \ldots + 157,6,$$

on aura

$$Si + O^4 = SiO^4 \text{ dissoute} \ldots + 207,4 \text{ (1) (B.)}$$
$$Si + Br^4 \text{ gaz} = SiBr^4 \text{ liquide} \ldots + 120,4 \text{ (B.)}$$

» D'après les analogies tirées de l'aluminium, $Si + I^4 \text{gaz} = Si I^4$ doit dégager une quantité voisine de : $+ 58$.

» *Conséquences chimiques.* — 1° L'oxygène doit déplacer l'iode. En fait, d'après M. Friedel, l'iodure de silicium prend feu à l'air.

» 2° L'oxygène doit déplacer le brome. C'est, en effet, ce que j'ai observé, en faisant tomber quelques gouttes de bromure de silicium dans un matras de verre rempli d'oxygène et chauffé au rouge sombre.

» 3° L'oxygène doit déplacer le chlore. MM. Troost et Hautefeuille ont, en effet, reconnu que le chlorure de silicium et l'oxygène, dirigés à travers un tube rouge, forment divers oxychlorures plus ou moins condensés (2). En répétant cette expérience, il est facile de constater aussi une formation notable de silice, en partie entraînée dans le courant gazeux sous l'aspect d'une fumée blanche très-atténuée, en partie rassemblée vers l'orifice du tube de porcelaine, dans lequel elle forme une sorte d'enduit moulé, d'apparence amorphe.

III. — Bore : *Données thermiques.*

» 1° BCl^3 liquide ($1^p + 100^p$ eau) à 10 degrés, dégage... $+ 65,8$ (B.)

» Cette expérience est fort difficile, à cause de la grande volatilité du chlorure de bore et de la violence de sa réaction sur l'eau, laquelle donne souvent lieu à des explosions. J'ai opéré dans un flacon fermé, et avec une ampoule renfermant un poids connu de chlorure de bore.

» 2° En évaporant ce liquide dans un courant d'air sec :

$$BCl^3 : \text{chaleur de vaporisation à 10 degrés} \ldots + 4,5$$

» En réunissant ces deux données :

$$BCl^3 \text{ gaz} + \text{eau, dégage} \ldots\ldots + 70,3$$

---

(1) Les savants auteurs donnent, pour la formation de la silice anhydre : $+ 219,2$, qui ne s'écarte pas beaucoup, eu égard à la différence des états et à la difficulté des expériences.

(2) *Comptes rendus*, t. LXIII, p. 563.

» En admettant la réaction

$$BCl^3 + 3HO + \text{eau} = BO^3 \text{ dissous} + 3HCl \text{ dissous},$$

on trouve que la différence entre les chaleurs de formation du chlorure de bore liquide et de l'acide borique dissous est égale à + 51^c,4.

» 3° D'autre part, BO^3 anhydre, récemment fondu, dissous dans une solution étendue renfermant NaO ($1^{éq} = 4^{lit}$) à 13°,5, a dégagé + 13,73.

» La réaction de l'acide borique dissous sur la soude dans les mêmes proportions équivalentes, et avec la même quantité d'eau, dégageant + 10,1 d'après une expérience simultanée, j'en conclus que la transformation

$$BO^3 + \text{eau} = BO^3 \text{ dissous, dégage} \ldots \quad + 3,6 \text{ (1)}$$

» Par suite, la différence entre les chaleurs de formation de l'acide borique solide et du chlorure liquide devient + 47,8, soit + 15,9 pour chaque O substitué : un quart de plus qu'avec le silicium.

» 4° J'ai trouvé BBr^3 liq. ($1^p + 150^p$ eau) à 11 degrés, dégage : + 83,76 et + 83,81 ; moy. + 83,8 ; d'où résulte pour la différence entre la formation de l'acide borique dissous et du bromure liquide (Br gazeux) : 86,8 ; acide anhydre : + 83,2. Entre le chlorure liquide et le bromure liquide (Br gazeux) : + 35,4, soit + 11,8 par équivalent de Br, un quart de plus que pour le silicium (2).

» En admettant, avec MM. Troost et Hautefeuille, que : $B + Cl^3 = BCl^3$ gaz dégage + 104,0; je trouve pour le chlorure liquide + 108,5;

$$B + Br^3 \text{ gaz} = BBr^3 \text{ liq.} \ldots\ldots\ldots \quad + 73,1 \text{ (B.)}$$
$$B + O^3 = BO^3 \text{ solide} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad + 156,3 \text{ (B.)}$$

---

(1) On pourrait craindre que l'acide borique pris sous cette forme ne constituât pas tout d'abord avec la soude le borate de soude ordinaire, mais donnât lieu à quelque phénomène comparable à la formation des métaphosphates au moyen de l'acide phosphorique anhydre. C'est pourquoi j'ai ajouté aussitôt à la liqueur alcaline son équivalent d'acide chlorhydrique étendu; j'ai trouvé ainsi par différence que l'acide borique était déplacé de son union avec la soude avec une absorption de — 10,1 ; exactement le même chiffre que dégage la formation du borate par la dissolution faite avec l'acide cristallisé, dans les mêmes conditions. Le borate dissous offre donc tout d'abord sa constitution définitive.

(2) Voici quelques rapprochements numériques entre les chaleurs de formation des chlorures, bromures, iodures. A l'état dissous, les différences entre ces quantités sont *nécessairement* les mêmes que pour les hydracides, attendu que ceux-ci dégagent tous trois la même quantité de chaleur en s'unissant avec une même base, toutes les fois que le sel résultant de-

» *Conséquences chimiques.* — 1° Le bromure de silicium doit échanger et échange en effet, au rouge sombre, son brome contre l'oxygène.

» 2° L'oxygène doit déplacer le chlore. MM. Troost et Hautefeuille ont en effet signalé la formation d'oxychlorures dans cette réaction. En la répétant, j'ai constaté qu'on obtient aussi de l'acide borique, plus facilement même que de la silice avec le chlorure de silicium.

» Il résulte de cet ensemble d'observations et de mesures que les prévisions de la théorie thermochimique sont confirmées par une étude détaillée des déplacements réciproques entre l'oxygène, le chlore, le brome et l'iode, dans l'ensemble de leurs combinaisons, soit avec les métaux, soit avec les métalloïdes. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un nouveau composé du palladium.* Note de MM. **H. Sainte-Claire Deville** et **H. Debray.**

« Lorsqu'on fait chauffer une solution de chlorure de palladium PdCl avec de l'acide azotique concentré, en présence de sel ammoniac, le palladium se transforme en chlorure double $PdCl^2 + AzH^4Cl$, qui se précipite en petits octaèdres réguliers d'une belle couleur rouge, peu solubles dans l'eau et presque insolubles, comme les composés correspondants du platine et de l'iridium, dans une solution concentrée de chlorhydrate d'ammoniaque.

---

meure dissous. Il convient, en outre, d'envisager les trois éléments *sous un même état*, tel que l'état gazeux ; car il serait évidemment illusoire de comparer, comme on l'a fait quelquefois, le chlore gazeux au brome liquide, et celui-ci à l'iode solide. On obtient ainsi pour les substitutions de Cl à Br et de Br à I, d'après les nombres les plus exacts :

hydracides gazeux : 8,5 et 14,3; hydracides dissous : 4,8 et 15,3,

valeurs qui s'appliquent aussi aux sels dissous. Pour les *composés anhydres :*

K : 6,6, et 13,8; Na : 7,1 et 16,5 ; Ca : 9,2 et 16,5; Zn : 5,0 et 14,0 ; Cd : 4,9 et 14,2. Pb : 5,2 et 1,10; Cu : 3,4; Cu^2 : 3,9 et 7,3; Hg : 2,3 et 7,3 ; Hg^2 : 4,2 ; Ag : 2,7 et 7,5. Pt : 1,5; $\frac{1}{2}$ Pt : 2,5; Sn : 4,7; $\frac{1}{2}$ Sn : 3,7 ; $\frac{1}{3}$ As : 3,4 et 10,1 ; $\frac{1}{3}$ P : 7,1 et 9,3. $\frac{2}{3}$ Al : 9,4 et 15,4; $\frac{1}{4}$ Si : 9,3; $\frac{1}{3}$ B : 11,8.

Ainsi la substitution thermique du chlore au brome gazeux varie de 11,8 à 2,3 ; celle du brome gazeux à l'iode gazeux varie de 16,5 à 7,3, sans changer de signe ; celle de l'oxygène au chlore varie de + 23,5 (P) à — 26,4 (Ag). Ces nombres n'offrent aucune trace, soit d'une constante numérique commune, soit d'un rapport numérique général et simple entre la substitution du chlore au brome et celle du brome à l'iode ; mais les nombres relatifs aux groupes de métaux analogues ont des valeurs voisines.

» Nous avions pensé qu'en traitant par l'eau régale certaines eaux mères contenant du chlorure de palladium ammoniacal (chlorure de dipalladamine $PdCl, 2AzH^3$) avec excès de chlorhydrate d'ammoniaque, nous en précipiterions tout le métal à l'état de chlorure double, puisque nous opérions dans un milieu chlorurant, et en présence d'un excès de sel ammoniac, du moins au commencement de l'opération où l'eau régale n'avait encore détruit que peu de ce sel. Cette prévision ne s'est pas réalisée : au lieu du précipité rouge attendu, il s'est formé un précipité noir rougeâtre se rapprochant, par sa couleur et sa faible solubilité, du chlorure double d'iridium et d'ammoniaque ($Ir^2Cl^2 + AzH^4Cl$).

» Ce précipité ne contenait cependant que du palladium, et il est facile de le reproduire en traitant par l'eau régale le chlorure ammoniacal jaune peu soluble dans l'eau ($PdCl, AzH^3$) (chlorure de palladamine) ; on lave ensuite le précipité avec une solution de chlorhydrate d'ammoniaque, puis avec de l'alcool froid qui dissout le sel ammoniac.

» L'analyse du produit ainsi obtenu conduit à la formule $Pd^2Cl^3, 2AzH^3$; on peut donc l'envisager comme résultant de la combinaison de l'ammoniaque avec un sesquichlorure de palladium encore inconnu, résultant par conséquent de la chloruration du chlorure de palladamine, $PdCl, AzH^3$, par l'eau régale. Il faut remarquer d'ailleurs que, si l'on partait du chlorure de dipalladamine ($PdCl, 2AzH^3$), le premier effet de l'eau régale serait de le transformer en chlorure jaune de palladamine.

» La solution de chlore, agissant à froid sur ce chlorure jaune, le transforme peu à peu, sans en dissoudre beaucoup, en ce sesquichlorure ammoniacal qui fait l'objet de cette Note, d'après la formule

$$2(PdCl, AzH^3) + Cl = Pd^2Cl^3, 2AzH^3).$$

» Cette réaction a lieu sans dégagement notable d'azote, cependant il y a toujours un peu d'ammoniaque détruit par l'action du chlore.

» La chaleur détruit facilement le sesquichlorure ammoniacal de palladium ; il fond d'abord et se décompose vivement en acide chlorhydrique, en sel ammoniac et azote qui se dégagent en même temps qu'un peu de chlore ; le palladium reste à l'état de mousse brillante. Il se décompose également dans l'eau bouillante avec un vif dégagement d'azote ; le palladium est ramené alors à l'état de protochlorure, dont une partie reste combinée à de l'ammoniaque. La solution d'ammoniaque, même à froid, donne avec cette substance un dégagement d'azote.

» Voici le résultat de l'analyse de ce sesquichlorure ammoniacal :

	I.	II.	Calculé.
Palladium	42,6	42,5	43,1
Chlore............	43,5	»	43,2
Ammoniaque.......	12,9	12,7	31,7
	99,0		100,0

» La différence existant entre les nombres théoriques et les nombres trouvés tient à ce qu'il est difficile de dessécher absolument le corps et ensuite à ce que le chlore détruit un peu de chlorure de palladamine et donne une quantité correspondante de chlorure double ($PdCl^2 + AzH^4Cl$) qui se mélange, à raison de sa faible solubilité, avec le sesquichlorure ammoniacal.

» Ce chlorure double contenant 60 pour 100 de chlore et moins de 10 pour 100 d'ammoniaque, on s'explique l'excès de chlore trouvé et la perte en métal et ammoniaque.

» Il n'est pas sans intérêt de signaler la production d'un corps correspondant à un sesquichlorure encore inconnu de palladium, dans des circonstances où se produisent d'ordinaire des chlorures doubles insolubles de platine, d'iridium et de ruthénium avec lesquels il pourrait se mélanger en masquant les réactions caractéristiques. On voit aussi que, à l'exception du platine, tous les métaux de cette famille peuvent, dans des conditions convenables, fournir un sesquichlorure. »

GÉOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Expériences tendant à imiter des formes diverses de ploiements, contournements et ruptures que présente l'écorce terrestre* [1] (suite). Note de M. **Daubrée**.

« *Expériences sur l'action et la réaction exercée sur un sphéroïde qui se contracte par une enveloppe adhérente et non contractile.* — D'après le relevé de très-nombreuses dislocations observées dans les pays les plus divers, les rides de l'écorce terrestre paraissent avoir été produites sous l'influence d'énergiques pressions horizontales, comme l'avait déjà très-judicieusement remarqué James Hall.

(1) Voir les *Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 733 et 864.

» Suivant la conception d'Élie de Beaumont (¹), cette tendance qu'a manifestée, pendant de longues périodes géologiques, l'écorce terrestre à s'écraser sur elle-même ou à former des replis, peut être rattachée au refroidissement séculaire. Dans l'état très-avancé du refroidissement de notre globe et des corps planétaires en général, la température de l'intérieur s'abaisserait d'une quantité beaucoup plus grande que celle de la surface, dont le refroidissement est aujourd'hui presque insensible. Pour compenser la différence des retraits entre la masse interne et la croûte extérieure, il a pu naître des systèmes de forces tendant à disloquer et à rider l'enveloppe.

» Les expériences dont il va être question n'ont pas la prétention de représenter ces phénomènes. Cependant leurs résultats présentent, dans les apparences extérieures, assez d'analogie avec les rides de l'écorce terrestre pour qu'il ne soit peut-être pas inutile de les signaler.

» Chacun connaît les petites sphères ou ballons de caoutchouc vulcanisé, qui sont si répandus depuis que les procédés ingénieux de fabrication les ont mis à la portée de tous. Si une pareille sphère, non recouverte d'un enduit, se contracte par suite du dégagement de l'air qui y est contenu, il se produit à la surface des inégalités, sans régularité apparente, dont la configuration est fortement influencée par le mode même de préparation du ballon, notamment par la manière variable, d'un point à l'autre, dont le sulfure de carbone s'est déposé lors de la vulcanisation.

» Mais il n'en est plus de même dès qu'on fixe à la surface de cette sphère un enduit mince d'une substance qui ne soit pas contractile, à la manière du caoutchouc, et qui lui soit tout à fait adhérente. La sphère de caoutchouc, dont la paroi a été fortement distendue, se contracte à mesure que le gaz intérieur s'en dégage. Or, l'enduit solide et adhérent appliqué à la surface, ne jouissant pas de la même contractilité, tend à conserver ses dimensions premières, et, si son action est relativement assez énergique pour qu'elle se fasse obéir par la sphère contractile, elle la fronce, tout en y provoquant des proéminences.

» Une couche mince de couleur est appliquée sur un ballon de caoutchouc, par un dissolvant, la benzine, de telle sorte que cette couleur soit parfaitement adhérente. Lorsque la sphère se contracte peu à peu, on

(¹) *Notice sur le soulèvement des montagnes*, 1852, p. 1227.

Cette idée a été exposée, dès 1833, par M. Élie de Beaumont, dans son cours à l'École des Mines.

observe que toute la partie qui a reçu l'enduit de couleur ne tarde pas à se bomber, de manière à former une protubérance. De plus, sur toute cette protubérance, il se produit des rides nombreuses et très-prononcées, offrant une disposition évidente à la régularité et à un parallélisme, qui est en rapport avec les contours de la surface coloriée. Ces rides tendent à se placer normalement aux courbes limites de l'enduit et, par conséquent, à être parallèles, tant qu'elles sont suffisamment voisines (1). Ainsi, si l'enduit a la forme d'un fuseau, les rides se dirigent suivant des parallèles, et cela, quelle que soit la largeur du fuseau, lors même qu'il atteint 90 degrés. Lorsque cet enduit affecte la forme d'une zone, les rides sont dirigées suivant des méridiens perpendiculaires aux deux bases, même quand la zone a de 20 à 30 degrés de largeur. Enfin, lorsqu'on applique la couleur sous des formes quelconques, par exemple en bandes étroites, telles que des lettres majuscules, quelque compliqué que soit le dessin, les rides se placent de manière à satisfaire à la loi de normalité double, énoncée plus haut. Elles sont surtout accentuées vers la ligne qui fait limite avec la partie contractée.

» Lorsqu'une bande d'enduit est partiellement superposée à une autre (2), la surface commune aux deux bandes offre une proéminence plus sensible. En outre les deux systèmes de rides peuvent se superposer l'un à l'autre, tout en restant simultanément distincts, comme il arrive à deux mouvements ondulatoires, partis de directions différentes, que l'on voit se croiser à la surface d'un liquide.

» Les faits qui viennent d'être énoncés montrent combien l'épaisseur de l'enveloppe non contractile peut influer sur l'énergie du froncement et sur les proéminences qui l'acompagnent.

» Il y a certaines limites dans les épaisseurs relatives de la couleur et du ballon entre lesquelles il convient de se placer. Si le ballon a trop d'épaisseur, il n'obéit plus à l'action de l'enduit (3).

---

(1) Ordinairement on distingue aussi une série de courbes, approximativement parallèles, dont fait partie le contour même de cette portion coloriée, et auxquelles les rides sont perpendiculaires. Ces lignes sont dues à ce que la couche de couleur n'est pas uniforme, par suite de l'action inégale exercée par les diverses parties du pinceau, quelque fin qu'il soit : les moindres différences d'épaisseur dans l'enduit se trahissent donc, lors de la contraction, par des inégalités notables de relief.

(2) Par exemple, une couleur appliquée sur une autre, ou sur une couche de la gélatine.

(3) Tel est le cas pour les ballons qui sont destinés, non à être remplis d'hydrogène, mais à servir au jeu de paume.

» Dans le cas d'une sphère dont la circonférence, d'environ 70 centimètres, s'était à peine réduite de moitié, il s'est montré une série de rides si rapprochées qu'on pouvait en compter au moins vingt sur 50 millimètres de longueur, ce qui fait de $2^{mm},5$ à 3 millimètres de largeur moyenne pour chacune.

» Un enduit de cire vierge mélangé de suif a donné lieu aussi à des froncements, mais qui sont moins réguliers que dans les cas précédents; d'autre part, une couche de plâtre, même très-mince, se sépare du ballon, sans lui obéir.

» Si, après avoir appliqué sur le ballon un enduit de gomme arabique ou de gélatine, on l'enlève partiellement à l'eau bouillante, il se produit des contrastes du même genre que ceux dont il vient d'être question. Parmi les dispositions qui peuvent ainsi se présenter, il en est une qui mérite d'être signalée : c'est celle que provoque un centre de contraction, et il suffit pour cela de l'application du doigt. Il se produit alors, autour de ce centre, des rides divergentes, qui s'étendent suivant de grands cercles, et sur un grand nombre de degrés. Elles rappellent tout à fait l'apparence des rayonnements que l'on voit à la surface de la Lune.

» En résumé, dans les circonstances dont il vient d'être rendu compte, une sorte d'antagonisme se produit entre la sphère qui se contracte et son enveloppe non contractile. Si cette enveloppe est bien adhérente, elle rachète la diminution du rayon de la sphère sur laquelle elle est fixée par un bombement, accompagné de rides régulièrement disposées. C'est l'effet d'une transformation de mouvement qui rentre dans le domaine de la Mécanique moléculaire.

» La tendance qui se manifeste ainsi dans les rides, à prendre la forme d'arcs de cercle, et à se disposer parallèlement entre elles, présente, au moins dans les formes générales, des analogies avec celle que manifestent les grands traits de relief et de structure du sphéroïde terrestre.

» Malgré des différences faciles à constater dans les causes, et quoique la pesanteur n'intervienne pas notablement dans ces expériences, les phénomènes dont il vient d'être question semblent avoir une certaine analogie avec des phénomènes mécaniques qui se sont stéréotypés dans l'écorce terrestre, comme s'il y avait quelque ressemblance dans les causes. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la température annuelle de l'air, de la terre et de l'eau au Jardin des Plantes de Montpellier, d'après vingt-six années d'observations.* Note de M. **Ch. Martins.**

« Les instruments météorologiques sont situés au nord d'un mur peu élevé, dans la partie basse du Jardin, à $1^m,6$ au-dessus du sol et à 29 mètres au-dessus de la mer. Placés à l'ombre, ils rayonnent librement vers l'espace. Tous les jours, à 9 heures du matin, on lisait sur un thermomètre à mercure ordinaire la température de l'air au moment de l'observation. Un minimum Rutherford indiquait la température la plus basse de la nuit précédente et un maximum Walferdin la plus haute température de la veille. La moyenne annuelle a été déduite de la demi-somme de ces températures. D'après 26 années de lectures faites quotidiennement par le même observateur, la température annuelle moyenne de cette station a été de 13°, 42. La moyenne la plus basse correspond à l'année météorologique de 1854 ; elle est de 12°, 21 : la plus haute, 14°,46, est celle de l'année 1873.

» On sait que l'observation de 9 heures du matin donne une moyenne approchée de celle de l'année : elle a été de 13°, 84 au Jardin, mais, en lui appliquant la correction indiquée par M. E. Plantamour pour Genève [1], elle se réduit à 13°,62, nombre qui ne diffère que de 0°,20 de la moyenne obtenue par la demi-somme des maxima et des minima.

» Cette moyenne n'est pas la même dans les autres stations météorologiques de Montpellier ; ainsi à la Faculté des Sciences, située au sommet de la colline sur laquelle la ville est bâtie, à une distance horizontale de 450 mètres et à 30 mètres plus haut que la station du Jardin, onze années correspondantes (1857 à 1867) analysées par M. Roche donnent pour la Faculté des Sciences une moyenne de 14°,7 ; celle du Jardin pour les mêmes années est de 13°,7, différence 1°,0. Cela confirme le résultat déduit de l'année 1859, que j'ai déjà eu l'honneur de communiquer à l'Académie [2]. Non-seulement la moyenne n'est pas la même dans les deux stations, mais le caractère des deux climats est différent. Le climat du Jardin est plus extrême, car la moyenne de ses maxima est *supérieure* d'un degré à celle des maxima correspondants de la Faculté, tandis que la moyenne de ses minima est au contraire *inférieure* de 3°,1 à la moyenne des minima de la Fa-

---

(1) *Le climat de Genève*, p. 25.

(2) *De l'accroissement nocturne de la température avec la hauteur dans la couche inférieure de l'atmosphère* (*Comptes rendus*, t. LI, p. 1083-1860).

culté : d'où un écart total de 4°,1 entre les températures extrêmes de deux stations voisines d'une même ville.

» Une troisième station, établie par M. Crova sur un bastion de la citadelle de Montpellier, dans de très-bonnes conditions, à 8 mètres au-dessus de celle du Jardin des Plantes, présente pour les années 1875 et 1876 un écart dans les moyennes de 1°,4 au bénéfice de la citadelle. Je ne crois donc pas que, dans l'état actuel de la Météorologie, on soit en droit de donner avec des décimales, ni même en nombre rond, la température annuelle moyenne d'une ville quelconque, puisque des moyennes conclues de diverses stations inégalement élevées au-dessus du sol ou de la mer présentent des différences qui dépassent 1 degré C.

» Pour permettre au lecteur de juger comparativement le climat du Jardin des Plantes de Montpellier, je mets en regard dans le tableau suivant les moyennes mensuelles de l'Observatoire de Paris (1852 à 1872) et de Montsouris (1873 à 1877) empruntées à l'*Annuaire météorologique* de cette station pour 1877 et les moyennes mensuelles du Jardin des Plantes de Montpellier pour les mêmes années.

» La température annuelle moyenne des 26 années est de 10°,67 pour Paris et de 13°,42 pour Montpellier.

Températures mensuelles moyennes à Paris et à Montpellier (1852 à 1877).

Mois.	Paris.	Montpellier.	Saisons.	Paris.	Montpellier.
Décembre	3°,36	4°,96			
Janvier	3,19	4,86	Hiver	3°,58	5°,25
Février	4,20	5,92			
Mars	6,36	8,84			
Avril	10,80	13,12	Printemps	10,23	12,89
Mai	13,54	16,72			
Juin	17,07	20,25			
Juillet	19,26	22,98	Été	18,29	21,74
Août	18,53	21,97			
Septembre	15,73	18,85			
Octobre	11,22	14,12	Automne	10,67	13,83
Novembre	5,05	8,50			

» La température d'un sol non gazonné à $0^m,10$ de profondeur, observée à 9 heures *du matin*, a été toujours inférieure à la moyenne de l'air correspondante. Ainsi je trouve par quatre années d'observations (1860 à 1863) que la température moyenne annuelle de l'air a été de

13°,65; celle du sol 11°,86. Mais, si l'on observe le thermomètre le matin et le soir, comme je l'ai fait pendant l'année 1863, on arrive à une moyenne de 14°,65, celle de l'air étant de 14°,11. Cette différence de 0°,54 au bénéfice du sol est due à son échauffement direct par les rayons solaires. A Montpellier les gelées pénètrent à peine à cette profondeur, les minima extrêmes ne s'y font pas sentir et, d'une manière générale, la moyenne des minima *absolus* ou *extrêmes* du sol à cette profondeur est égale à la moyenne de *tous* les minima de l'air; en effet, cette dernière moyenne a été de 7°,04 pour les quatre années d'observations et celle des minima *absolus* dans le sol 7°,44, nombres très-concordants entre eux. Ainsi ce sont ces moyennes seulement et non les températures exceptionnelles qui pénètrent dans le sol à cette profondeur, et l'on comprend que la température annuelle moyenne soit toujours inférieure à celle de l'air quand on observe le matin seulement, mais se rapproche beaucoup de celle de l'air (14°,65 et 14°,11) quand on observe le matin et le soir.

» Les moyennes des lectures faites à 9 heures du matin d'un autre thermomètre, dont la boule était à $0^m,30$ au-dessous de la surface du sol, ont toujours été supérieures à celles de l'air. Les gelées ne pénètrent jamais à cette profondeur; la colonne se maintient toujours au-dessus de zéro, même quand la température de l'air s'abaisse au-dessous pendant une série de nuits consécutives. Dans les années 1860 à 1863, la moyenne annuelle du sol à $0^m,30$ a été de 14°,88, celle de l'air de 13°,57. En janvier les deux moyennes ne différaient que de $0^m,33$; mais en août l'écart a été de 2°,93.

» Le sol du jardin est formé par des sables et des grès calcaires reposant sur une couche d'argile qui retient les eaux d'infiltration provenant des hauteurs voisines. Une nappe d'eau souterraine s'étend au-dessous de la partie basse du jardin et des terrains environnants. Plusieurs puits aboutissent à cette nappe; l'un d'eux a une ouverture de 4 mètres de long sur une largeur de $1^m,25$: la profondeur est de $11^m,70$. La nappe d'eau a une puissance moyenne de $7^m,25$. Pendant sept ans (1870 à 1876), on a pris le 1er de chaque mois la température de cette eau au moyen d'un seau qu'on laissait séjourner quelque temps au milieu de la nappe et qu'on retirait brusquement pour y plonger immédiatement un thermomètre. La température moyenne de ce puits pendant les sept années a été de 12°,77, inférieure de 0°,85 à celle de l'air, qui a été de 13°,62. Pendant ces sept années, ce sont les pluies d'hiver et d'automne qui ont été prédominantes. Ces dernières ont peu d'influence sur la température de l'eau, car dans cette

saison la température de l'air et celle de la nappe souterraine sont les mêmes; mais les pluies de l'hiver ont évidemment abaissé la température de l'eau; elles expliquent cette faible différence de 0°,85. La température de la nappe d'eau souterraine a peu varié; les extrêmes sont 11°,5 le 1er janvier et 14°,0 le 1er août. La moyenne 12°,77 confirme l'exactitude du chiffre 13°,42 que nous avons donné comme exprimant la moyenne annuelle de la température de l'air au Jardin des Plantes de Montpellier, déduite de vingt-six années d'observations non interrompues. »

RAPPORTS.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Rapport sur un Mémoire de M.* Jobert, *relatif à la respiration aérienne de quelques Poissons du Brésil.*

(Commissaires : MM. de Quatrefages, Blanchard, Milne-Edwards rapporteur).

« M. Jobert, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon, et actuellement en mission au Brésil, a été chargé par S. M. Don Pedro de faire diverses recherches zoologiques dans la vallée de la Haute-Amazone, région dont l'étude avait été commencée d'une manière brillante par Agassiz, il y a quelques années. Nous n'avons jusqu'ici aucun renseignement relatif aux résultats généraux obtenus par M. Jobert, qui, au mois de septembre dernier, était à Tubatinga, près de la frontière du Pérou ; mais, récemment, l'empereur du Brésil a bien voulu adresser à l'Académie, par l'intermédiaire de M. le général Morin, un Mémoire de ce voyageur sur un sujet spécial dont l'intérêt est considérable, savoir le mode particulier de respiration de plusieurs poissons d'eau douce qui habitent cette partie de l'Amérique méridionale.

» Dans un Mémoire précédent, M. Jobert avait fait connaître l'existence d'une respiration aérienne chez le *Callichthys asper*, poisson siluroïde qui habite les environs de Rio-de-Janeiro et qui a la faculté de vivre fort longtemps hors de l'eau. De même que le *Cobitis fossilis* ou Loche commune d'Europe, ce Callichthys avale fréquemment des bulles d'air, en absorbe partiellement l'oxygène par les parois de son tube digestif et excrète par la même voie du gaz acide carbonique qui est ensuite évacué par l'anus mêlé à l'azote non absorbé. Il y a donc, chez ces animaux qui respirent aussi au moyen de branchies, comme les poissons ordinaires, une respiration complémentaire, analogue à la respiration pulmonaire des Vertébrés

terrestres, mais ayant son siége dans le canal intestinal, et M. Jobert a constaté que chez le Callichthys ce tube présente dans sa structure anatomique des particularités en rapport avec ce mode exceptionnel de fonctionnement.

» En effet, M. Jobert a trouvé, dans la portion sublaminale de l'intestin de ce poisson, une multitude d'appendices filiformes, disposés en bouquets à la surface libre de la tunique muqueuse et composés essentiellement de vaisseaux sanguins. Ces houppes sont jusqu'à un certain point comparables aux organes respiratoires découverts par Réaumur, dans le rectum de certaines larves d'insectes, et constitués par des prolongements du système trachéen. De même que ces branchies internes servent aux Libellules pour vivre dans l'eau pendant la première période de leur existence, les appendices sanguifères de la tunique intestinale des Callichthys servent à l'entretien d'une respiration aérienne accessoire chez ces animaux aquatiques.

» Dans le Mémoire dont l'Académie nous a chargé de lui rendre compte, M. Jobert fait connaître l'existence d'une respiration aérienne plus ou moins analogue chez plusieurs autres poissons dont il a eu l'occasion d'étudier les mœurs dans la vallée de la Haute-Amazone. Ces animaux y vivent dans une eau croupie dont la température dépasse souvent 40 degrés; mais ce milieu ne suffit pas à l'entretien de leur respiration, et ils sont obligés de venir souvent à la surface puiser dans l'atmosphère de l'air en nature. Parfois même la sécheresse les chasse de leur demeure habituelle, et on les voit accomplir à terre des voyages plus ou moins longs à la recherche de lieux plus propices, voyages qu'ils exécutent en rampant sur le sol au moyen de leurs nageoires pectorales. Quelques-uns de ces poissons sont des Callichthys d'espèces particulières et, de même que le *Callichthys aster* de Rio-de-Janeiro, ils ont la faculté de respirer de deux manières : de respirer l'air qui est en dissolution dans l'eau ambiante et qui arrive en contact avec leurs branchies et de respirer l'air atmosphérique qui est introduit par déglutition dans leur tube digestif, qui traverse ce canal dans toute sa longueur et qui, en s'échappant ensuite par l'anus, produit dans l'eau une sorte de bouillonnement continuel. M. Jobert n'avait pas à sa disposition les moyens nécessaires pour déterminer avec précision la composition chimique du gaz qui est évacué de la sorte, mais il a pu constater que ce fluide contient une forte proportion d'acide carbonique et qu'il est moins riche en oxygène que ne l'est l'air atmosphérique. Enfin, étudiant anatomiquement les houppes vasculaires qui garnissent les parois de l'intestin où l'air en passant perd de l'oxygène et se charge d'acide carbonique,

M. Jobert a constaté que beaucoup de ces appendices sanguifères naissent des veines adjacentes comme naissent les vaisseaux afférents d'un poumon quelconque.

» D'autres poissons de la Haute-Amazone qui appartiennent à un genre différent, le genre *Doras*, et qui vivent dans les mêmes eaux, ressemblent aux Callichthys par leur mode de respiration aérienne, ainsi que par la structure de la tunique muqueuse de leur intestin où cette fonction s'accomplit, et M. Jobert a constaté qu'il en est à peu près de même pour les poissons désignés sous le nom d'Hypostomes. Ces animaux avalent aussi sans cesse de l'air en nature, et leur intestin, où ce fluide est introduit de la sorte, est presque aussi riche en vaisseaux sanguins; mais l'air qui a servi à la respiration intestinale des Hypostomes n'est pas évacué par l'anus, et retourne vers la bouche pour être expulsé au dehors, soit par cet orifice, soit par les ouïes. L'appareil respiratoire complémentaire constitué de la sorte paraît être moins parfait que chez les Callichthys et, d'autre part, M. Jobert s'est assuré que les Hypostomes ne sont pas capables de vivre hors de l'eau aussi longtemps que le font ces derniers poissons; ils périssent au bout de cinq, de six ou de sept heures.

» M. Jobert a constaté aussi l'existence d'une respiration aérienne complémentaire chez le *Sudis gigas* et chez certains Érythrins de la Haute-Amazone; mais chez ces poissons ce n'est plus l'intestin qui tient lieu de poumons, c'est la vessie dite natatoire qui est le siége de cette fonction. Les ichthyologistes savaient que chez les Érythrins cette poche pneumatique, qui communique au dehors par l'intermédiaire de l'œsophage, est garnie intérieurement de petites loges alvéolaires, mais les parois de ces cellules, que l'on n'avait étudiées que sur des animaux conservés dans de l'alcool, étaient considérées comme de simples replis membraneux, et par conséquent la plupart des physiologistes leur refusaient la structure caractéristique d'un poumon. M. Jobert a levé toute incertitude à cet égard : il a constaté que, chez ces Érythrins, il y a en réalité une respiration aérienne qui donne à ces poissons la faculté de vivre pendant longtemps hors de l'eau; que ces animaux renouvellent régulièrement l'air contenu dans leur vessie pneumatique et que les parois de cet organe sont richement pourvues de vaisseaux sanguins dont la plupart naissent du système veineux. Enfin M. Jobert a constaté expérimentalement qu'en obstruant le canal qui fait communiquer ce même organe avec l'atmosphère, on détermine l'asphyxie et la mort des poissons dont nous venons de parler.

» Mais tous les poissons désignés par les naturalistes sous le nom géné-

rique d'*Érythriens* ne jouissent pas de la faculté de vivre ainsi hors de l'eau. M. Jobert a trouvé que l'*Erythrin Trachina* de l'Amazone est dans ce cas, et cette exception vient corroborer les conclusions de l'auteur relativement aux fonctions de la vessie dite natatoire des autres Érythriens, car, chez les poissons dont nous venons de parler, M. Jobert a constaté que les cellules et le réseau veineux, qui sont si développés chez l'*Erythrinus tæniatus* et chez l'*Erythrinus Brasiliensis*, font défaut; les parois de la poche pneumatique sont lisses.

» Nous voyons donc que le voyage de M. Jobert dans la vallée de la Haute-Amazone a déjà fourni à la zoologie physiologique des faits très-intéressants qui établissent de nouveaux liens entre les poissons ordinaires, les Lépidosiriens et les Batraciens, pérennibranches, qui possèdent à la fois des branchies et des poumons ordinaires. Les observations de M. Jobert sur la respiration intestinale des Callichthys ont non moins d'importance, et, en conséquence, nous croyons devoir proposer à l'Académie d'engager ce jeune naturaliste à continuer dans la même direction ses études sur les poissons du Brésil. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

HYGIÈNE. — *Rapport sur une « Note sur la ventilation du transport* l'Annamite », *par* M. Bertin, *ingénieur des constructions navales.*

(Commissaires : MM. l'amiral Jurien de la Gravière, Dupuy de Lôme, général Morin rapporteur.

« L'Académie n'a pas oublié que, sur un Rapport de M. Dupuy de Lôme, elle a décerné à M. Bertin, ingénieur de la marine, le prix des Arts insalubres, pour son étude sur la ventilation du bâtiment transport-écurie *le Calvados*.

» L'examen de ce Mémoire avait antérieurement fait l'objet d'un Rapport présenté, par l'un de nous, à l'Académie, dans sa séance du 2 février 1873, et concluant à son insertion dans le Recueil des *Savants étrangers*.

» Les résultats obtenus par des dispositions simples pour le renouvellement de l'air dans ce bâtiment, destiné primitivement aux chevaux de la cavalerie, ont été assez remarquables pour décider le Ministre de la Marine à faire appliquer le même système à quatre grands bâtiments à vapeur, affectés aux transports qui, tous les deux mois, conduisent de Toulon à Saïgon, et *vice versa*, un personnel d'environ 600 passagers, dont une

centaine, officiers, sous-officiers ou assimilés par grade, sont logés dans des chambres comme sur les paquebots, tandis que les simples rationnaires ont des hamacs comme les matelots et sont placés dans l'entrepont, appelé *batterie basse*, où il ne leur est alloué que 2^{mc},00 environ d'espace par individu.

» Mais, outre les passagers valides et déjà bien nombreux, ces transports sont destinés à recevoir, dans un emplacement spécial, jusqu'à cent et quelques malades, souvent déjà gravement atteints de la dyssenterie endémique de la Cochinchine et pour la conservation desquels on doit prendre toutes les précautions que conseille la science.

» La première de toutes, pour des voyages de long cours dans des régions tropicales, est d'assurer la salubrité du navire par une abondante ventilation.

» Nous ne rappellerons pas les tristes accidents qui ont été signalés déjà dans les traversées de l'Inde, dans lesquelles des passagers valides ont été complétement asphyxiés, et nous ne reviendrons pas davantage sur la description, qui a été antérieurement donnée, des dispositions adoptées pour le bâtiment *le Calvados*.

» Nous nous bornerons à dire que l'emplacement choisi pour servir d'hôpital occupe la batterie haute, vers le milieu du navire, pour éviter aux malades la fatigue produite par le mouvement du tangage et par les trépidations de l'hélice.

» L'air nouveau y est introduit près du plafond, aux extrémités d'amont et d'aval, par un grand nombre d'orifices disposés transversalement, et l'air vicié est aspiré vers le centre de la salle par des conduits placés de même, qui le déversent immédiatement dans l'enveloppe de la cheminée.

» Les proportions adoptées ont été calculées dans l'hypothèse où il y aurait 112 malades, à chacun desquels on assurerait un renouvellement d'air de 46 mètres cubes par heure, ce qui correspondrait à en évacuer par heure, en totalité, un volume de 5152 mètres cubes.

» Ce chiffre a été dépassé dans les épreuves. On a, en effet, obtenu, pour l'hôpital, ceux qui sont inscrits dans le tableau suivant :

Résultat des expériences faites sur la ventilation du transport l'Annamite.

Foyers allumés.	Volumes d'air évacué par heure de l'hôpital.	Observations.
Deux foyers auxiliaires seuls................	8210^{mc}	Le 8 août 1877.
Quatre chaudières seulement sur huit..........	8943	Le 11 août 1877, après trois heures de marche.
Moyenne pour 112 lits..........	8576	

soit 75 à 80 mètres cubes d'air évacué par heure, volume largement suffisant pour assurer la salubrité d'un hôpital quelconque.

» Pour les passagers valides, qui devaient être logés dans la batterie basse, les proportions adoptées avaient été calculées pour assurer à chacun d'eux un renouvellement d'air de 30 mètres environ, ce qui, pour 550 lits, correspondrait à 16500 mètres cubes par heure ou à un renouvellement complet en $8^m 5^s$, soit plus de sept fois par heure.

» Ici encore les résultats ont dépassé les prévisions et l'on a obtenu les effets suivants :

Résultat des expériences faites sur la ventilation du transport l'Annamite, *le* 8 *août* 1877.

Foyers allumés.	Volumes d'air évacués par heure de la batterie basse.	Observations.
	mc	
Les deux foyers auxiliaires seuls............	18195	
Quatre chaudières seulement sur huit........	20083	Après trois heures de marche.
Moyenne pour 550 lits.........	19139	

soit $34^{mc},6$ par lit.

» Il résulte des deux tableaux précédents que, dans les expériences citées, le volume d'air total évacué a été de 27737 mètres cubes par heure.

» Les dispositions adoptées facilitent tellement la circulation de l'air que, pour peu que l'action de la chaleur solaire ou celle de brises légères se fasse sentir, il se produit, sans le secours d'aucune chaleur auxiliaire autre que celle des cuisines, une ventilation naturelle, qui suffirait seule à la conservation de la charpente des navires en bois, avantage subsidiaire d'une grande importance.

» C'est ainsi que, le 9 août 1877, le bâtiment étant au mouillage à Toulon, par un beau temps, une température extérieure de 20 degrés et une brise d'ouest de $6^m,90$ de vitesse, on a constaté les évacuations suivantes :

	Par heure.	Par heure et par lit.
	mc	mc
Hôpital..................	5910	53
Batterie basse..............	15380	28
	21290	

» Mais il est des circonstances qui ne sont pas à beaucoup près aussi favorables et qu'il ne faut pas perdre de vue : ce sont les temps de calme plat et de températures très-élevées de l'air, sans soleil, où la cheminée n'étant plus échauffée naturellement, il faut recourir à la chaleur artificielle.

» C'est précisément pour des cas pareils que les dispositions adoptées pour les transports sont d'un effet précieux pour la salubrité.

» Aux résultats des expériences directes, que l'on vient de citer, nous nous bornerons à joindre l'extrait suivant du Rapport officiel adressé au Ministre de la Marine sur les effets généraux constatés dans la traversée du bâtiment *l'Annamite* à son retour de la Cochinchine :

« L'aération de l'hôpital a toujours été aussi parfaite qu'on peut le désirer.

» Celle de la batterie basse n'a pas été moins bonne. Par les plus fortes chaleurs cette batterie était non-seulement très-habitable, mais pour ainsi dire fraîche. La nuit, les sabords étant fermés et les hommes couchés, la circulation de l'air était si bien établie que la chaleur y était moindre que dans les logements de l'arrière (réservés aux officiers et aux passagers de 1re classe), et la batterie complétement dégagée des odeurs malsaines qui résultent ordinairement d'une grande agglomération de personnel.

» En un mot, ce système d'aération a donné les résultats pratiques les plus satisfaisants. »

» Il n'est pas inutile de faire remarquer en terminant que, si, pour déterminer une ventilation régulière et énergique, il était nécessaire ou même utile de recourir à l'emploi des appareils mécaniques, c'est surtout à bord des bâtiments à vapeur que leur installation pourait être facile et économique et que l'on est au contraire parvenu ici à s'en passer par la simple application des principes élémentaires de la Physique.

» L'Académie, qui a déjà couronné les premiers essais de M. Bertin sur le bâtiment *le Calvados,* destiné au transport des chevaux, jugera sans doute que l'application des mêmes principes aux bâtiments qui transportent nos soldats et nos marins, valides ou malades, dans les régions tropicales est encore plus digne de son intérêt.

» Votre Commission vous propose d'ordonner l'insertion du nouveau travail de l'auteur dans le recueil des *Mémoires des savants étrangers,* et d'adresser une expédition de ce Rapport à M. le Ministre de la Marine. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MEMOIRES LUS.

CHIMIE. — *Sur l'équivalent du gallium.* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran.**

(Renvoi à la Section de Chimie, à laquelle M. Dumas est prié de s'adjoindre).

« L'existence de plusieurs degrés de chloruration du gallium ne m'a pas permis, pendant mon récent séjour à Cognac, de déterminer l'équivalent

du métal par une pesée de chlorure (ou de bromure) d'argent. J'ai dû préciser d'abord les conditions dans lesquelles on obtient les sels bien définis que je possède aujourd'hui et que j'analyserai au premier jour.

» L'équivalent a été pris : 1° en calcinant de l'alun gallo-ammoniacal ; 2° en calcinant le nitrate de gallium provenant d'un poids connu de métal. Les petites pertes de matières subies pendant ces deux opérations modifieraient en sens inverse la valeur de l'équivalent. La moyenne en serait très-peu affectée.

» A. *Calcination de l'alun.* — Je me suis assuré, au moyen d'alun alumino-ammoniacal *très-pur*, que cette méthode donne des résultats suffisamment exacts.

» L'alun gallo-ammoniacal a été préparé avec le gallium isolé par M. Jungfleisch et par moi; des cristallisations répétées ont éliminé de faibles traces de zinc et de cuivre contenues dans le métal.

» La température fut portée au rouge très-vif. Il va sans dire que le creuset de platine avait été taré après avoir déjà subi les mêmes traitements auxquels il allait être soumis.

» $3^{gr},1044$ d'alun ont donné $0^{gr},5885$ d'oxyde ne perdant plus rien par une nouvelle calcination. On en tire, pour l'équivalent, 70,032, $H = 1$, $O = 16$.

» B. *Calcination du nitrate.* — Pour cette expérience, j'ai employé ce qui restait de mon ancien gallium. Ce métal, qui avait été longuement purifié, ne montrait au spectroscope aucune trace de raies étrangères; on l'attaqua par l'acide nitrique additionné d'un peu d'acide chlorhydrique, on évapora, on ajouta de l'acide nitrique pur, on évapora de nouveau; enfin on calcina jusqu'au rouge très-vif.

$0^{gr},4481$ de gallium fournissent.	$0^{gr},60345$
D'où il faut déduire pour matières fixes provenant des acides et des vases [1].	0,00105
Oxyde net.	0,6024

D'où l'on tire, pour l'équivalent, le nombre 69,698.

» La moyenne entre mes deux expériences est 69,865, qu'on doit considérer seulement comme une première approximation, puisque les quantités de matières employées étaient faibles et mes instruments imparfaits.

---

[1] Cette correction a été trouvée en faisant une opération à blanc avec les mêmes quantités d'acide.

» On remarquera que l'oxyde qui se produit ou se maintient au rouge vif, à l'air, est le même que celui qui existe dans l'alun : c'est donc un sesquioxyde Ga^2O^3. »

« M. **Lecoq de Boisbaudran** signale ensuite la coïncidence qui existe entre l'équivalent expérimentalement trouvé pour le gallium et les nombres qu'il a calculés au moyen de données théoriques pour un corps intermédiaire entre l'aluminium et l'indium. Des considérations, fondées sur une classification des éléments, établie d'après leurs propriétés et d'après les valeurs de leurs poids atomiques, conduisent à un nombre maximum 69,97 et à un nombre minimum 69,66, moyenne 69,82. L'auteur entre dans quelques détails sur la comparaison des spectres des métaux Al, Ga, In d'une part, et K, Rb, Cs d'autre part; il en déduit pour l'équivalent du gallium la valeur 69,86, et fait remarquer que l'équivalent ainsi calculé, ou trouvé par l'expérience, est un peu plus élevé que celui donné par M. Mendeleeff pour le corps qui, dans la classification du savant physicien russe, paraît correspondre au gallium. »

GÉOLOGIE COMPARÉE. — *Sur le mode de formation de la brèche météoritique de Sainte-Catherine* (*Brésil*). Note de M. **Stanislas Meunier**. (Extrait par l'auteur.)

« L'étude minéralogique de divers échantillons du fer de Sainte-Catherine déposés dans la Collection du Muséum y fait reconnaître deux types très-différents, dont l'un est caractérisé par la présence d'une quantité notable de millérite [1], ou sulfure de nickel mélangé à de la pyrrhotine, tandis que l'autre ne contient que de la pyrrhotine. On reconnaît que ces fers constituent de vraies brèches métalliques cimentées *après coup* par les sulfures. Il est même légitime de supposer que ces sulfures ont été produits aux dépens du fer lui-même par un agent convenable. En effet, on est frappé à première vue de l'état corrodé des fragments métalliques, et l'on constate, en outre, que le ciment sulfuré offre par sa composition des liens intimes de parenté avec le fer qu'il empâte. C'est ainsi qu'il est à peine graphiteux dans le fer du premier type, où l'analyse ne décèle que des traces de carbone, tandis qu'il contient beaucoup de matière noire dans le fer du second type, dont la composition se rapproche de celle de nos aciers.

---

[1] C'est la première fois que ce minéral est signalé chez les météorites.

» L'agent de corrosion qui paraît le plus propre à produire ces effets est l'hydrogène sulfuré à haute température et c'est pourquoi j'ai pensé, en modifiant la belle expérience de M. Daubrée, à tenter une sorte de reproduction synthétique de la brèche de Sainte-Catherine. Je dois ici tous mes remerciements à M. Albert Levallois, préparateur de Chimie à l'Institut agronomique, qui, sur ma demande, a disposé et conduit l'expérience suivante de la manière la plus intelligente : de petits fragments de fonte ont été placés dans une cornue de terre et soumis pendant huit heures à l'action simultanée de la température rouge et d'un courant d'hydrogène sulfuré. Après refroidissement, les fragments de fonte étaient incrustés de pyrrhotine, et plusieurs d'entre eux étaient même cimentés ensemble par cette substance. La formation du sulfure par corrosion du fer a été naturellement accompagnée de l'élimination du graphite et celui-ci, loin de se mêler irrégulièrement avec la pyrrhotine, s'est constamment placé entre le sulfure et le métal comme dans la météorite, en même temps qu'à la surface du sulfure. Dans l'intervalle de deux fragments complétement cimentés, le graphite n'existe qu'au contact du métal ; celui qu'on devrait s'attendre à retrouver dans la région moyenne a été chassé vers la région supérieure. La structure est donc précisément celle des échantillons naturels. On remarque enfin que la cornue contient beaucoup de carbone et de sulfure entraînés par le gaz. Il y a deux autres faits qui appuient le rapprochement de ce produit artificiel avec la brèche de Sainte-Catherine. Le premier est relatif au peu de netteté des figures que la météorite donne sous l'action des acides et qui indique que le fer a été, après sa consolidation, soumis à une haute température. Le second est la présence de l'hydrogène occlus aussi bien dans la fonte provenant de l'expérience que dans le fer météorique.

» D'après cet exemple d'observations, on peut conclure que le fer de Sainte-Catherine a conservé la trace de quatre phénomènes distincts qui ont accompagné sa formation et qui se sont succédé dans l'ordre suivant : 1° le fer métallique a été concassé et ses fragments se sont entassés de façon à laisser entre eux des vides plus ou moins considérables ; 2° de l'hydrogène sulfuré, comparable à celui de nos volcans, s'est frayé un passage dans les interstices de la masse métallique sans doute portée à haute température et en a corrodé les éléments, qui ont donné naissance soit à du sulfure à peu près seul (premier type), soit à un mélange de pyrrhotine et de graphite (deuxième type). Une partie de ces substances est restée à la place même où elle se produisait ; une autre a dû être entraînée par le courant gazeux, de façon à s'accumuler irrégulièrement dans certains

recoins où des remous du gaz donnaient lieu à un repos relatif. 3° Un phénomène mécanique, analogue à celui qui avait réduit au début le fer en fragments, est venu broyer de nouveau toute la masse. Le sulfure a été, par endroit, réduit à l'état de brèches à petits éléments, et de nouvelles fissures se sont ouvertes dans le fer, se continuant sans déviation dans les substances de remplissage. 4° Enfin, il est arrivé de nouveau de la matière graphiteuse qui a rempli les fissures de seconde formation et est venue cimenter les éléments des brèches sulfureuses. Le mode d'arrivée de cette matière paraît se rattacher aux actions précédentes, mais on peut penser qu'il correspond à la sulfuration des portions métalliques situées originairement à une plus grande profondeur et qu'il est dû au transport des poussières les plus ténues arrachées à ces portions par le courant d'acide sulfhydrique.

« Considérée ainsi, la brèche de Sainte-Catherine vient se ranger dans la nombreuse catégorie des filons météoritiques où elle représente un type tout à fait nouveau; et, chose curieuse, ce type a son correspondant exact parmi les roches terrestres dans certains échantillons de jaspe bréchiforme. Ainsi il existe au Muséum une brèche jaspique provenant de Sicile et dont la structure est telle que, pour l'exprimer, il n'y a pas de changement essentiel à faire à la description du fer météoritique, pourvu qu'on y remplace le mot *fer* par le mot *jaspe*, le mot *sulfure* par le mot *quartz* et le mot *graphite* par le mot *calcite*. Cet échantillon a conservé les traces de quatre phénomènes consécutifs : 1° concassement d'une masse de jaspe d'abord continue, correspondant au concassement primitif du fer nickelé. 2° arrivée d'eaux thermales qui, circulant dans les interstices du jaspe, paraissent avoir attaqué celui-ci, puis avoir déposé sous forme de quartz concrétionné la silice qu'elles avaient dissoute : ce phénomène est l'exact analogue de la corrosion du fer par l'acide sulfhydrique avec dépôt de sulfure et de graphite; 3° écrasement du filon avec production de fines fissures traversant en même temps le jaspe et le quartz et offrant la même disposition que les fines fissures de la météorite; 4° enfin incrustation des fissures par la calcite qui a complété en même temps le remplissage des interstices existant entre les fragments jaspiques exactement comme a fait la matière noire dans le fer de Sainte-Catherine.

» Une conformité si complète paraît indiquer l'analogie la plus intime, dans les conditions de formation de la masse cosmique et des filons terrestres de jaspe fragmentaire. Il en résulte une nouvelle preuve de l'existence d'un milieu météoritique, tout à fait comparable au point de vue géologique,

et abstraction faite de la nature chimique des substances qui le composent, avec l'écorce terrestre elle-même. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

VITICULTURE. — *Sur l'étendue de la surface envahie par le Phylloxera dans le Loiret.* Note de M. J. **Duplessis**.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Au premier avril 1878, l'étendue de la surface visiblement atteinte, dans le Loiret, par le *Phylloxera vastatrix*, est de 4 hectares environ, alors que l'année dernière, à pareille époque, elle n'avait que 1^{hect},32.

» On peut estimer qu'un hectare est entièrement perdu aujourd'hui; aussi les propriétaires ont-ils arraché cette étendue dans le courant de l'hiver dernier.

» L'essaimage n'a pas été rigoureusement observé; mais vraisemblablement il a eu lieu au moins jusqu'au 1er octobre, car j'ai trouvé deux nymphes au 20 septembre.

» Une autre observation intéressante, que je crois devoir rapporter, c'est la présence, au 10 décembre dernier, des Phylloxeras aptères sur le vieux bois des souches.

» Enfin, le 25 février, les Phylloxeras hibernants, observés au microscope, faisaient mouvoir leurs pattes assez lentement. Un mois après, à la fin de mars, on voyait sur les racines des insectes ayant mué. »

M. G. **Guéroult** adresse à l'Académie une règle à calcul acoustique.

Cet appareil sera soumis à l'examen de M. Jamin.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° La 4e édition de l'ouvrage de M. *de Quatrefages* intitulé : « L'espèce humaine »;

2° Un ouvrage de M. *Wilhelm Heyne* portant pour titre : « Des travaux de terrassement relatifs aux chemins de fer et aux routes »;

3° Un Rapport adressé au Conseil d'administration de la Compagnie générale des voitures à Paris, par M. *Bixio*, intitulé : « De l'alimentation des chevaux dans les grandes écuries industrielles ».

ASTRONOMIE. — *Observations des planètes* (186) *et* (187), *faites à l'Observatoire de Marseille*, communiquées par M. E. STEPHAN.

(186) découverte par M. Prosper Henry, à l'Observatoire de Paris, le 6 avril 1878 :

Dates. 1878.	Temps moyen de Marseille.	Ascension droite.	Distance polaire.	log fact. par. en ascens. droite.	log fact. par. en dist. polaire.	Obs^r.	Étoile de comp.
	h m s	h m s	° ′ ″				
Avril 10	10 11 18	12 40 49,46	94 32 47,8	— $\bar{1}$,136	— 0,8180	Coggia	*a*

(187) découverte par M. Coggia, à l'Observatoire de Marseille, le 11 avril 1878 :

Dates. 1878.	Temps moyen de Marseille.	Ascension droite.	Distance polaire.	log fact. par. en ascens. droite.	log fact. par. en dist. polaire.	Obs^r.	Étoile de comp.
Avril 11	8 46 18	12 35 46,14	90 57 48,1	— $\bar{1}$,430	— 0,7917	Coggia	*b*
11	13 35 52	12 35 33,81	90 58 13,6	+ $\bar{1}$,399	— 0,7920	»	»
12	9 42 32	12 34 46,18	91 0 3,8	— $\bar{1}$,212	— 0,7930	»	»
13	10 9 47	12 33 48,83	91 2 21,4	— $\bar{1}$,022	— 0,7940	»	»

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1878.

Étoile de comp.		Ascension droite.	Distance polaire.	Autorités.
		h m s	° ′ ″	
a	634 Weisse, H. XII (a. c.)	12 38 44 06	94 36 10,0	cat. W.
b	4277 B.A.C.	12 37 21 48	90 54 9,1	B.A.C.

» Grandeur des planètes : (186), 11e,5; (187), 10e. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les conditions pour qu'une surface soit applicable sur une surface de révolution*. Note de M. MAURICE LÉVY.

« Bour a indiqué un moyen de reconnaître si une surface est applicable sur une surface de révolution ; il consiste à vérifier si le problème du mouvement d'un point matériel sur cette surface, la fonction des forces étant nulle, admet une intégrale linéaire.

» Ce moyen est évidemment très-détourné et exige la connaissance et l'emploi des principes de la Mécanique qui sont étrangers à la question de Géométrie qu'il s'agit de résoudre.

» Notre dernière Communication fournit immédiatement une solution

du problème, tirée de son énoncé même. Une surface de révolution est telle qu'on y peut déplacer une figure invariable, dans une certaine direction, à partir de l'une quelconque de ses positions; une surface applicable sur une surface de révolution est, par suite, telle qu'on y peut déplacer de même une figure sans altérer les longueurs des lignes qui y sont tracées, c'est-à-dire de façon que la dilatation λ de tous ces éléments linéaires soit nulle.

» Donc, en vertu des équations (a) de notre précédente Communication, si $ds^2 = a_{11}\,dx_1^2 + 2a_{12}\,dx_1\,dx_2 + a_{22}\,dx_2^2$ est le carré de l'élément linéaire sur la surface donnée, il faut et il suffit, pour qu'elle soit applicable sur une surface de révolution, que les trois équations à dérivées partielles entre les deux fonctions indéterminées δx_1 et δx_2,

$$(\alpha)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial a_{11}}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial a_{11}}{\partial x_2}\delta x_2 + 2a_{11}\frac{\partial \delta x_1}{\partial x_1} + 2a_{12}\frac{\partial \delta x_2}{\partial x_1} = 0,\\ &\frac{\partial a_{22}}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial a_{22}}{\partial x_2}\delta x_2 + 2a_{12}\frac{\partial \delta x_1}{\partial x_2} + 2a_{22}\frac{\partial \delta x_2}{\partial x_2} = 0,\\ &\frac{\partial a_{12}}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial a_{12}}{\partial x_2}\delta x_2 + a_{11}\frac{\partial \delta x_1}{\partial x_2} + a_{12}\left(\frac{\partial \delta x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \delta x_2}{\partial x_2}\right) + a_{22}\frac{\partial \delta x_2}{\partial x_1} = 0 \end{aligned}\right.$$

admettent une solution commune, ce qui peut toujours être vérifié.

» Pour appliquer la méthode de Bour, il faudrait écrire l'équation des forces vives du problème des lignes géodésiques

$$A_{11}\,p_1^2 + 2A_{12}\,p_1 p_2 + A_{22}\,p_2^2 = H,$$

où

$$A_{11} = \frac{a_{22}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2},\quad A_{12} = \frac{-a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2},\quad A_{22} = \frac{a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2},$$

et vérifier si elle peut admettre une intégrale de la forme $P_1 p_1 + P_2 p_2 = C$, ce qui se fait en écrivant que $(H, C) = 0$ et fournit les trois équations suivantes entre les deux fonctions indéterminées P_1, P_2 :

$$(\beta)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial A_{11}}{\partial x_1}P_1 + \frac{\partial A_{11}}{\partial x_2}P_2 - 2A_{11}\frac{\partial P_1}{\partial x_1} - 2A_{12}\frac{\partial P_1}{\partial x_2} = 0,\\ &\frac{\partial A_{22}}{\partial x_1}P_1 + \frac{\partial A_{22}}{\partial x_2}P_2 - 2A_{12}\frac{\partial P_2}{\partial x_1} - 2A_{22}\frac{\partial P_2}{\partial x_2} = 0,\\ &\frac{\partial A_{12}}{\partial x_1}P_1 + \frac{\partial A_{12}}{\partial x_2}P_2 - A_{11}\frac{\partial P_2}{\partial x_1} - A_{12}\left(\frac{\partial P_1}{\partial x_1} + \frac{\partial P_2}{\partial x_2}\right) - A_{22}\frac{\partial P_1}{\partial x_2} = 0. \end{aligned}\right.$$

» Le résultat de l'élimination de δx_1 et δx_2 entre les équations (α) devra nécessairement être identique à celui de l'élimination de P_1 et P_2 entre les équations (β). Cela est nécessaire d'après les théories précédemment exposées; mais il est facile de le vérifier directement et même de ramener les deux systèmes d'équations à être identiques, ce qui conduira à une conséquence intéressante.

» Si l'on ajoute les équations (α) multipliées respectivement par $a_{22}, a_{11}, -2a_{12}$, il vient, en posant, pour abréger, $a_{11}a_{22} - a_{22}^2 = \Delta$,

$$\frac{1}{\Delta}\frac{\partial \Delta}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{1}{\Delta}\frac{\partial \Delta}{\partial x_2}\delta x_2 + 2\left(\frac{\partial\,\delta x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\,\delta x_2}{\partial x_2}\right) = 0.$$

» Si l'on tire de là : 1° la valeur de $\frac{\partial\,\delta x_2}{\partial x}$ et qu'on la porte dans la seconde (α); 2° la valeur de $\frac{\partial\,\delta x_1}{\partial x_1}$ et qu'on la porte dans la première (α); 3° la valeur de $\frac{\partial\,\delta x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\,\delta x_2}{\partial x_2}$ et qu'on la porte dans la dernière (α), on reproduira, après quelques réductions faciles, les trois équations (β) où les lettres P_1 et P_2 seront simplement remplacées par δx_1 et δx_2; d'où résultent deux conclusions : la première, c'est la vérification du fait que les conditions de compatibilité des équations (α) et (β) sont les mêmes; la seconde est celle-ci : quelles que soient les variables x_1, x_2 à l'aide desquelles est exprimé le carré de l'élément linéaire d'une surface applicable sur une surface de révolution, les coefficients P_1 et P_2 qui entrent dans l'intégrale linéaire du problème des lignes géodésiques sur cette surface sont proportionnels aux variations δx_1, δx_2 des coordonnées d'un point d'une figure qu'on déplacerait infiniment peu sur cette surface sans changer les longueurs des lignes qui y sont tracées, ou, si l'on veut, proportionnelles aux dérivées $\frac{\delta x_1}{\delta t}$, $\frac{\delta x_2}{\delta t}$ de ces coordonnées par rapport au temps.

» Si l'on applique ces formules à la recherche de la condition pour qu'une surface rapportée à un système de lignes géodésiques et à ses perpendiculaires, c'est-à-dire pour laquelle on a

$$ds^2 = dy^2 + G\,dx^2,$$

soit applicable sur une surface de révolution, on devra faire : $x_1 = y$; $x_2 = x$; $a_{11} = 1$; $a_{12} = 0$; $a_{22} = G$ et l'on trouvera, en posant $\int \frac{dy}{G} = z$, que la fonction z doit satisfaire à l'équation à dérivées partielles du second ordre

$$s(B - A'z) + At + 2q(A''z + A'p - B') = 0,$$

où A et B sont deux fonctions arbitraires de la seule variable x, dont les dérivées sont dénotées à la manière de Lagrange.

» Si l'on veut trouver, par exemple, la surface réglée la plus générale possible applicable sur une surface de révolution, il suffira de supposer à G l'une des deux formes

$$G = (y - \alpha)^2 + \beta^2, \quad G = y - \alpha,$$

α et β étant des fonctions de x. De là on tire, pour z, l'une des deux expressions

$$z = \frac{1}{\beta} \operatorname{arc\,tang} \frac{y - \alpha}{\beta}, \quad z = \log(y - \alpha),$$

et, en cherchant à quelles conditions ces valeurs de z peuvent satisfaire à l'équation à dérivées partielles ci-dessus, on trouve que l'expression la plus générale de G est

$$G = (y - ax)^2 + b^2 \quad \text{ou} \quad G = y - ax,$$

a et b étant des constantes. La seconde forme répond à des surfaces imaginaires; la première comprend : 1° pour $a \gtrless 0$, les surfaces de révolution du second degré; 2° pour $a = 0$, les surfaces dont la méridienne est une chaînette (alysséide de Bour). Il n'y a pas d'autres surfaces de révolution sur lesquelles on puisse appliquer des surfaces réglées. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des fonctions complètes de première espèce.* Note de M. J. TANNERY.

« Dans une précédente Communication à l'Académie (séance du 1er avril 1878), j'ai eu l'honneur d'exposer une marche à suivre pour l'étude des solutions de l'équation différentielle linéaire du second ordre

$$x(x - 1)\frac{d^2y}{dx^2} - (1 - 2x)\frac{dy}{dx} + \frac{1}{4}y = 0.$$

Voici les principaux résultats auxquels on est ainsi conduit.

» En posant

$$a_\mu = \left[\frac{1.3.5\ldots(2\mu-1)}{2.4.6\ldots2\mu}\right]^2, \quad a_0 = 1,$$

$$b_\mu = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{2\mu - 1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \ldots - \frac{1}{2\mu},$$

les séries

$$\varphi(x)=\sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} a_\mu x^\mu, \quad \psi(x)=\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} a_\mu b_\mu x^\mu$$

sont convergentes dans l'intérieur du cercle C_0 décrit du point o comme centre avec le rayon 1 et sur le cercle lui-même, sauf au point 1 : pour tous les points de cet espace, l'équation différentielle admet les deux solutions

$$P=\varphi(x), \quad Q=4\psi(x)-\varphi(x)\log x.$$

» Dans l'intérieur du cercle C_1 décrit du point 1 comme centre avec le rayon 1, elle admet les deux solutions

$$P'=\varphi(1-x), \quad Q'=4\psi(1-x)+\varphi(1-x)\log(1-x),$$

et l'on passe d'un système de solution à l'autre par les formules suivantes, valables dans l'espace commun aux deux cercles :

$$P'=\frac{4\log 2}{\pi}P-\frac{1}{\pi}Q,$$

$$Q'=\frac{16\log^2 2-\pi^2}{\pi}P-\frac{4\log 2}{\pi}Q;$$

dans ces formules on regardera $\log x$ et $\log(1-x)$ comme remplacés par leurs déterminations principales, les arguments de x et de $1-x$ étant les angles aigus dont un rayon vecteur couché sur la direction qui va du point zéro au point 1, ou du point 1 au point zéro, doit tourner autour du point zéro, ou du point 1, pour rencontrer le point x; si, la première rotation s'effectuant dans le sens direct, le premier angle doit être regardé comme positif, le second devra être regardé comme négatif, et inversement.

» A l'extérieur du cercle C_0, l'équation différentielle admet les solutions

$$P''=\frac{1}{\sqrt{x}}\varphi\left(\frac{1}{x}\right),$$

$$Q''=\frac{1}{\sqrt{x}}\left[4\psi\left(\frac{1}{x}\right)+\log\frac{1}{x}\varphi\left(\frac{1}{x}\right)\right];$$

dans la portion du cercle C_1, située à l'extérieur du cercle C_0, on a

$$P''=\frac{4\log 2-i\pi}{\pi}P'-\frac{1}{\pi}Q',$$

$$Q''=\frac{16\log^2 2-4\pi i\log 2-\pi^2}{\pi}P'-\frac{4\log 2}{\pi}Q';$$

on n'aura point de difficulté à fixer le sens des fonctions multiformes qui entrent dans ces formules, en observant la continuité et en partant de ce que, pour les points situés sur l'axe des x réels entre 1 et 2, $\sqrt{x}$ est positif, $\log\frac{1}{x}$ réel et $\log(1-x)$ égal à $\log(x-1)-\pi i$; d'ailleurs on substituera aisément aux formules précédentes d'autres formules où ne figureront que des quantités réelles, lorsque x est lui-même réel.

» A droite de la corde commune aux deux cercles C_0, C_1 l'équation admet les deux solutions

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{x}}\varphi\left(\frac{x-1}{x}\right),$$

$$Q_1 = \frac{1}{\sqrt{x}}\left[4\psi\left(\frac{x-1}{x}\right) + \log\frac{1-x}{x}\,\varphi\left(\frac{x-1}{x}\right)\right];$$

à gauche de la même droite, elle admet les solutions

$$P_2 = \frac{1}{\sqrt{1-x}}\varphi\left(\frac{x}{x-1}\right),$$

$$Q_2 = \frac{1}{\sqrt{1-x}}\left[4\psi\left(\frac{x}{x-1}\right) + \log\frac{x}{1-x}\,\varphi\left(\frac{x}{x-1}\right)\right];$$

les formules qui permettent de passer de ces solutions à celles qui ont été données auparavant résultent des deux formules suivantes :

$$\varphi(1-x) = \frac{1}{\sqrt{x}}\varphi\left(\frac{x-1}{x}\right),$$

$$\psi(1-x) = \frac{1}{\sqrt{x}}\left[\psi\left(\frac{x-1}{x}\right) - \frac{1}{4}\log x\,\varphi\left(\frac{x-1}{x}\right)\right],$$

valables dans le cercle C_1, à droite de la corde commune, et de celles qu'on en déduira en changeant x en $1-x$, et qui s'appliqueront dans le cercle C_0 à gauche de la corde commune.

» Quant aux solutions

$$P''' = \frac{1}{\sqrt{1-x}}\varphi\left(\frac{1}{1-x}\right),$$

$$Q''' = \frac{1}{\sqrt{1-x}}\left[4\psi\left(\frac{1}{1-x}\right) + \log\frac{1}{1-x}\,\varphi\left(\frac{1}{1-x}\right)\right],$$

qui conviennent à l'extérieur du cercle C_1, on trouvera aisément, à l'aide

des formules qui ont été données, les formules qui permettent de les exprimer au moyen des autres solutions.

» Enfin, dans l'intérieur du cercle de rayon $\frac{1}{2}$ décrit du point $\frac{1}{2}$ comme centre, l'équation différentielle admet les solutions

$$2\varphi\left(\frac{1}{2}\right)\sum_{0}^{\infty} C_\mu \left(x - \frac{1}{2}\right)^{2\mu} = P + P',$$

$$\frac{4}{\pi\varphi\left(\frac{1}{2}\right)}\sum_{0}^{\infty} K_\mu \left(x - \frac{1}{2}\right)^{2\mu+1} = P - P',$$

où

$$C_\mu = \frac{[1.5.9\ldots(4\mu-3)]^2}{1.2.3\ldots 2\mu}, \qquad C_0 = 1,$$

$$K_\mu = \frac{[3.7.11\ldots(4\mu-1)]^2}{2.3.4\ldots(2\mu+1)}, \quad K_0 = 1.$$

» Voici maintenant quelques propriétés algébriques relatives au cas ou x est réel.

» En continuant la fonction $\varphi(x)$, pour les valeurs de x inférieures à -1, par la fonction $\frac{1}{\sqrt{1-x}}\varphi\left(\frac{x}{x-1}\right)$, on obtient une fonction continue qui, lorsque x croît de $-\infty$ à 1, croît elle-même depuis zéro jusqu'à ∞.

» Le rapport $\frac{\psi(x)}{\varphi(x)}$, où, pour les valeurs de x inférieures à -1, on entend que $\psi(x)$ et $\varphi(x)$ doivent être remplacées par les fonctions

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}}\left[\psi\left(\frac{x}{x-1}\right) - \frac{1}{4}\log(1-x)\,\varphi\left(\frac{x}{x-1}\right)\right] \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x}}\varphi\left(\frac{x}{x-1}\right),$$

croît constamment, lorsque x croît depuis $-\infty$ jusqu'à 1, de $-\infty$ à $\log 2$.

» Lorsque x croît de zéro à 1, le rapport $\frac{Q}{P}$ croît de $-\infty$ à $4\log 2$; la racine de l'équation $Q = 0$ est comprise entre zéro et 1. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications de la fonction* $\Gamma(x)$ *et d'une autre fonction transcendante*. Note de M. **Appell**, présentée par M. Bouquet.

« Étant donnée une série convergente dont le terme général u_n est une fonction rationnelle de n, la décomposition de la fraction rationnelle u_n en

fractions simples

$$u_n = \sum \frac{A_1}{n-a} + \frac{A_2}{(n-a)^2} + \ldots + \frac{A_\alpha}{(n-a)^\alpha}$$

montre que l'on peut exprimer la somme de la série à l'aide des fonctions

$$(1) \qquad \Psi(x) = -\frac{1}{x} + \log 2 - \frac{1}{x+1} + \log\frac{3}{2}, \ \ldots,$$

$$(2) \qquad \Psi'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \ldots,$$

qui, pour des valeurs de x réelles positives ou imaginaires à partie réelle positive, ne sont autres que les fonctions $\frac{d \log \Gamma(x)}{dx}$, $\frac{d^2 \log \Gamma(x)}{dx^2}$, ... On peut conclure de là que, si le dénominateur de u_n n'admet que des racines commensurables simples ou doubles, la somme de la série est réductible aux logarithmes et aux arcs de cercle; mais je laisse de côté la démonstration de cette proposition pour m'occuper de séries convergentes

$$v = v_1 + v_2 + \ldots + v_n + \ldots,$$

dont le terme général v_n est une fonction rationnelle de $\sin 2an$ et $\cos 2an$, a étant une constante imaginaire dans laquelle je puis supposer le coefficient de $\sqrt{-1}$ positif. La décomposition de v_n en éléments simples, analogue à la décomposition des fractions rationnelles en fractions simples, donne (Hermite, *Analyse*, p. 321)

$$v_n = \mathrm{H}(n) + \mathrm{K}(n),$$

où

$$(3) \qquad \mathrm{H}(n) = \Sigma\, b_h\, e^{2nah\sqrt{-1}},$$

h désignant un entier positif ou négatif, et

$$(4) \quad \mathrm{K}(n) = k + \Sigma \mathcal{A} \cot a(n+\alpha) + \mathcal{A}_1 \frac{d \cot a(n+\alpha)}{d\alpha} + \ldots \mathcal{A}_r \frac{d^r \cot a(n+\alpha)}{d\alpha^r}.$$

Puisque le coefficient de $\sqrt{-1}$ dans a est supposé positif, il ne pourra y avoir dans la partie entière $\mathrm{H}(n)$ que des termes correspondant à des valeurs positives de h, car autrement le terme général v_n croîtrait indéfiniment avec n; cette condition étant remplie, les différents termes de $\mathrm{H}(n)$

forment des progressions géométriques décroissantes dont je désigne la somme par H.

» Considérons maintenant la seconde partie $K(n)$; quand n croît indéfiniment, les termes tels que $\cot a(n+\alpha)$ tendent vers $-\sqrt{-1}$, et les termes qui contiennent des dérivées de la cotangente tendent vers zéro ; comme le terme général v_n doit tendre vers zéro et que déjà $H(n)$ a pour limite zéro, on doit avoir

$$(5) \qquad k-\sqrt{-1}\,\Sigma\mathcal{A}=0.$$

» Cela posé, la somme

$$K=\sum_{n=1}^{n=\infty}K(n)$$

peut s'exprimer de la façon suivante. Par analogie avec la série (1), considérons la fonction $C(x)$ définie par la série

$$(6) \qquad C(x)=-\sum_{n=1}^{n=\infty}\left[\cot a(n+x)+\sqrt{-1}\right],$$

série convergente pour toutes les valeurs de x, à l'exception de celles qui rendent infinie une des cotangentes ; et désignons par $C'(x)$, $C''(x)$, ... les dérivées de cette fonction, de manière que

$$C'(x)=-\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{d\cot a(n+x)}{dx},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

» En remplaçant, dans l'expression (4) de $K(n)$, k par sa valeur tirée de la relation (5), on voit que

$$K=-\Sigma\mathcal{A}\,C(\alpha)+\mathcal{A}_1\,C'(\alpha)+\ldots+\mathcal{A}_r\,C^{(r)}(\alpha).$$

» La somme de la série

$$v=H+K$$

est ainsi exprimée à l'aide d'une seule fonction nouvelle $C(x)$ et des dérivées de cette fonction.

» La fonction $C(x)$, que l'on est ainsi conduit à considérer, possède les

propriétés exprimées par les équations suivantes :

$$(7)\quad \begin{cases} C\left(x+\frac{\pi}{a}\right)=C(x), \\ C(x)=C(x-1)+\sqrt{-1}+\cot ax, \\ C(x)-C(-x)=\cot ax-D\log\theta_1(ax). \end{cases}$$

» Les valeurs de ω et ω' qui correspondent à la fonction $D\log\theta_1(ax)$ sont (Briot et Bouquet, *Fonctions elliptiques*, p. 300)

$$\omega=\pi,\quad \omega'=a.$$

» La fonction

$$G(x)=e^{a\int_0^x C(x)dx}\quad \text{ou}\quad G(x)=\prod_{n=1}^{n=\infty}\frac{\sin an}{\sin a(n+x)}e^{-ax\sqrt{-1}}$$

est analogue à la fonction $\Gamma(x)$; et de même qu'à l'aide de la fonction Γ on peut exprimer la limite de tout produit convergent dont le terme général est fonction rationnelle de n, à l'aide de cette fonction G on peut exprimer la limite de tout produit convergent dont le terme général est fonction rationnelle de $\sin 2ax$ et $\cos 2ax$.

» Enfin, $\varphi(x)$ désignant une fonction rationnelle donnée de $\sin 2ax$ et $\cos 2ax$, on peut, avec les fonctions $C(x)$, $C'(x)$, ... et les fonctions élémentaires, former une fonction $\Phi(x)$ satisfaisant à la relation

$$\Phi(x)=\Phi(x-1)+\varphi(x),$$

et à l'aide de la fonction $G(x)$ et des fonctions élémentaires former une fonction $F(x)$, telle que

$$F(x)=F(x-1)\varphi(x).\text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le développement de* $(x-z)^m$, *suivant les puissances croissantes de* (z^2-1). Note de M. Laguerre.

« Dans une Note que j'ai eu récemment l'honneur de présenter à l'Académie, j'ai montré, par l'exemple de la fonction e^{xz}, la liaison remarquable qui existe entre l'approximation des fonctions au moyen de fonctions rationnelles et leur développement suivant les puissances d'un polynôme.

» Le même fait a lieu à l'égard des fonctions $(x-z)^m$ et $\log(x-z)$, quoique d'une manière moins directe.

» Pour prendre l'exemple le plus simple, soit à développer $(x-z)^m$ suivant les puissances croissantes de (z^2-1). Posons

$$(x-z)^m = \Sigma(\mathrm{U}_n + z\mathrm{V}_n)(z^2-1)^n;$$

on obtiendra facilement les relations suivantes :

$$m\mathrm{U}_n = x\mathrm{U}'_n - \mathrm{V}'_n - \mathrm{V}'_{n-1}, \qquad m\mathrm{V}_n = x\mathrm{V}'_n - \mathrm{U}'_n;$$
$$\mathrm{U}'_n = -(2n+1)\mathrm{V}_n - (n+1)\mathrm{V}_{n+1}, \quad \mathrm{V}'_n = -2(n+1)\mathrm{U}_{n+1}.$$

» D'où l'on conclut que V_n satisfait à l'équation linéaire du second ordre

$$(1) \qquad (x^2-1)\frac{d^2y}{dx^2} - 2(m-n-1)\frac{dy}{dx} + m(m-2n-1)y = 0.$$

Désignons maintenant par $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ la $n^{\text{ième}}$ réduite de la fraction $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^m$; je veux dire par là que $\varphi(x)$ et $f(x)$ sont des polynômes du degré n, tels que le développement de $f(x)\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^m - \varphi(x)$, suivant les puissances descendantes de la variable, commence par un terme de l'ordre de $\frac{1}{x^{2n+1}}$.

» On sait (¹) que l'expression $f(x) - \varphi(x)\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^m$ satisfait à l'équation

$$(x^2-1)\frac{d^2u}{dx^2} + 2(x-m)\frac{du}{dx} - n(n+1)u = 0;$$

d'où l'on voit que $v = (x+1)^m f(x) - (x-1)^m\varphi(x)$ satisfait à l'équation

$$(x^2-1)\frac{d^2v}{dx^2} - 2x(m-1)\frac{dv}{dx} + [m(m-1) - n(n-1)]v = 0,$$

et $\frac{d^nv}{dx^n}$ à l'équation (1).

» On peut donc énoncer la proposition suivante :

» *Si l'on désigne par* $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ *la* $n^{\text{ième}}$ *réduite de* $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^m$, *le coefficient de*

(¹) Voir, par exemple, ma Note *Sur l'approximation des fonctions d'une variable au moyen de fractions rationnelles* (*Bulletin de la Société mathématique*, t. V, p. 85).

$z(z^2-1)^n$, *dans le développement de* $(x-z)^m$ *suivant les puissances croissantes de* (z^2-1), *est égal à la* $n^{\text{ième}}$ *dérivée de l'expression*

$$(x+1)^m f(x) - (x-1)^m \varphi(x).$$

» Des circonstances toutes semblables se présentent dans le développement de $(x-z)^m$ suivant les puissances d'un polynôme de degré quelconque. Je ne m'étendrai pas davantage à ce sujet, me bornant à considérer, à cause de sa simplicité, le développement de $\log(x-z)$ que l'on peut considérer comme correspondant au cas où m devient égal à zéro.

» $F(z)$ étant un polynôme du degré $m+1$, soit

$$\log(x-z) = \Sigma(U_n + \ldots + z^m V_n) F^n(z),$$

on en déduit

$$\frac{1}{x-z} = \frac{\frac{F(x)-F(z)}{x-z}}{F(x)-F(z)} = \Sigma(U'_n + \ldots + z^m V'_n) F^n(z);$$

d'où

$$V'_n = \frac{1}{F^{n+1}(x)}.$$

» En désignant par $z_0, z_1, \ldots, z_n$ les racines de l'équation $F(z) = 0$, considérons l'expression

$$\Omega = \Pi_1 \log\left(\frac{z-z_1}{x-z_0}\right) + \Pi_2 \log\left(\frac{x-z_2}{x-z_0}\right) + \ldots + \Pi_m \log\left(\frac{x-z_n}{x-z_0}\right) - \Pi,$$

où $\Pi, \Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_m$ sont des polynômes entiers du degré n qui rendent l'expression Ω de l'ordre le plus élevé possible en $\frac{1}{x}$, c'est-à-dire de l'ordre de $\frac{1}{x^{nm+m}}$.

» M. Hermite a montré (¹) que la $(n+1)^{\text{ième}}$ dérivée de Ω est précisément $\frac{1}{F^{(n+1)}(x)}$; on en conclut que V_n et la $n^{\text{ième}}$ dérivée de Ω ne peuvent différer que par un terme constant. De la règle donnée par Jacobi, on déduit d'ailleurs que V_n est de l'ordre de $\frac{1}{x^{mn+m+n}}$; par suite les développements de V_n et de $\frac{d^n\Omega}{dx^n}$, suivant les puissances décroissantes de x, commençant tous les deux par un terme de l'ordre de $\frac{1}{x^{mn+m+n}}$ et ces deux fonctions ne pouvant différer que par une constante, on a $V_n = \frac{d^n\Omega}{dx^n}$.

(¹) *Sur quelques équations différentielles linéaires* (*Journal de Borchardt*, t. 79).

» Ainsi :

» *Le coefficient de* $z^m F^n(z)$, *dans le développement de* $\log(x-z)$ *suivant les puissances de* $F(z)$, *est égal à la dérivée* $n^{ième}$ *de l'expression*

$$P_1 \log\frac{x-z_1}{x-z_0} + P_2 \log\frac{x-z_2}{x-z_0} + \ldots + P_m \log\frac{x-z_m}{x-z_1} - P_1,$$

où les polynômes, du degré n, P, P_1, P_2, $\ldots$, P_m *ont précisément les valeurs pour lesquelles l'expression précédente est de l'ordre le plus élevé en* $\frac{1}{x}$. »

MÉCANIQUE. — *Théorie des mouvements quasi-circulaires d'un point pesant sur une surface de révolution creuse à axe vertical.* Note de M. **J. Boussinesq**, présentée par M. de Saint-Venant.

« Dans une Note du 9 juillet 1877 (*Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 65), j'ai étudié les mouvements quasi-circulaires d'un point attiré par un centre fixe. Or, la même analyse s'applique aux mouvements analogues d'un point pesant, mobile sur une surface de révolution à axe vertical. Soient, à l'époque t, z l'ordonnée verticale du mobile au-dessus du plan horizontal passant par le fond de la surface, r sa distance à l'axe, θ l'azimut de son plan méridien. L'équation de la surface fera connaître z en fonction de r; j'appellerai z', z'', z''', ... les dérivées successives de cette fonction. Cela posé, les variations éprouvées d'un instant à l'autre par les deux coordonnées r, θ se déterminent, comme on sait, au moyen de la formule des aires, $r^2 d\theta = c\,dt$, et de l'équation des forces vives, réductible à

$$(1) \qquad \frac{dr^2}{dt^2} - f(r) = 0,$$

où $f(r) = \frac{1}{1+z'^2}\left(c' - \frac{c^2}{r^2} - 2gz\right)$, c' désignant une constante. Cette équation (1), différentiée, donne $\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{1}{2}f'(r) = 0$. Celle-ci régit le mouvement oscillatoire du point dans son méridien, et le principe des aires détermine ensuite la rotation du méridien lui-même autour de l'axe.

» Appelons R la valeur de r qui annule $f'(r)$, et développons, dans l'équation précédente, $\frac{1}{2}f'(r)$ en série très-convergente procédant suivant les puissances du petit écart $r - R$: il viendra, comme dans ma Note

du 9 juillet 1877, une équation de la forme

$$(2)\qquad \frac{1}{K^2}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{r}{R}-1\right)+\left(\frac{r}{R}-1\right)-a\left(\frac{r}{R}-1\right)^2+b\left(\frac{r}{R}-1\right)^3-\ldots=0,$$

qui, jointe à la formule des aires, donnera pour r et θ des valeurs pareilles à celles du rayon vecteur et de l'angle polaire dans le problème d'un point attiré par un centre fixe. Les valeurs maximum et minimum de r diffèrent peu de $R\left(1\pm e+\frac{ae^2}{3}\right)$, e désignant une petite constante positive. De plus, la période T qui s'écoule entre deux minimum de r, et l'angle P décrit en même temps par le plan méridien auront pour valeurs

$$(3)\qquad \begin{cases} T=\dfrac{2\pi}{K}\left[1+\dfrac{e^2}{4}\left(\dfrac{5a^2}{3}-\dfrac{3b}{2}\right)\right], \\ P=\dfrac{2\pi c}{KR^2}\left[1+\dfrac{e^2}{24}(36-24a+10a^2-9b)\right]. \end{cases}$$

» Les constantes des aires et des forces vives, c, c', se déterminent, en fonction de R et e, en exprimant que $f'(R)=0$, et que l'intégrale de (2) l'est aussi de (1) ou vérifie l'équation (1) à une époque particulière, par exemple au moment où r est minimum. On reconnaît aisément que cette seconde condition revient à poser $f(R)=e^2K^2R^2$. En la joignant à $f'(R)=0$, on peut évaluer K^2, c^2, a, b, c'; et il vient notamment

$$(4)\qquad \begin{cases} K^2=\dfrac{g}{r}\dfrac{3z'+rz''}{1+z'^2}\left[1+\dfrac{e^2r^2}{1+z'^2}\left(\dfrac{3z'z''}{r}+z''^2+z'z'''\right)\right], \\ c^2=gr^3z'\left(1+e^2rz''\dfrac{3z'+rz''}{1+z'^2}\right),\quad 2a=\dfrac{12z'-r^2z'''}{3z'+rz''}+\dfrac{6rz'z''}{1+z'^2}, \\ 6b=\dfrac{60z'+r^3z^{\text{IV}}}{3z'+rz''}-\dfrac{12r^2(z''^2+z'z''')}{1+z'^2}+\dfrac{16arz'z''}{1+z'^2}, \end{cases}$$

en convenant de faire $r=R$ dans les seconds membres.

» Muni de ces formules, on peut résoudre d'intéressants problèmes, et d'abord chercher quelle forme doit avoir le méridien pour que la valeur (3) de P soit constante, du moins quand on y néglige e^2, ou pour que toutes les trajectoires très-peu différentes d'un cercle se ferment au bout de j périodes T, et de i révolutions autour de l'axe. On trouve pour équation de ces surfaces, avec un paramètre arbitraire c'',

$$(5)\qquad z=\frac{1}{\sqrt{n+3}}\int_0^r\frac{r^n\,dr}{\sqrt{\frac{1}{n}(c''-r^{2n})}},$$

où $n = \frac{j^2}{i^2} - 3$. Ce sont : 1° des surfaces fermées, symétriques par rapport à un équateur horizontal, quand c'' est > 0; 2° des surfaces ayant la forme d'un entonnoir à bord évasé, convexe vers le haut et qui tend à devenir horizontal pour r infini, quand c'' et n sont < 0; 3° de simples cônes quand on a $c'' = 0$, $n < 0$. Les seules de ces surfaces dont la courbure, au fond, ne soit ni nulle ni infinie, correspondent à $n = 1$, $i = 1$, $j = 2$: *ce sont des ellipsoïdes ayant leur axe vertical polaire moitié de l'axe équatorial.*

» A une deuxième approximation, c'est-à-dire quand on tient compte des quantités de l'ordre de e^2 dans l'expression (3) de P, il n'y a plus de surface pour laquelle P soit constant. Par exemple, si l'on suppose z très-petit, on trouve

$$P = \frac{2\pi}{\sqrt{n+3}}\left(1 - \frac{e^2}{12}\right)$$

pour $n < 0$, et

$$P = \frac{2\pi}{\sqrt{n+3}}\left[1 + \frac{e^2(n-1)}{2}\left(\frac{n+2}{12} + \frac{n-1}{4}z'^2\right)\right]$$

pour $n > 0$, en négligeant dans le second cas les puissances z'^4, etc. Les trajectoires ne se ferment donc, à des erreurs près d'ordre supérieur au produit $e^2 z'^2$, que si l'on a $n = 1$. Mais, pour $n = 1$, la seconde formule (3) devient, en toute rigueur,

$$P = \pi\left[1 + \frac{3e^2 z'^6}{(1+z'^2)^2}\right].$$

» D'ailleurs, j'ai démontré, dans une Note du 10 septembre 1877 (*Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 539), que pour toutes les surfaces ayant, en leur fond, plan tangent horizontal et courbure finie, les *petites* oscillations se font, à fort peu près, suivant des ellipses, animées, autour de leur centre, d'une vitesse de rotation qui a un rapport sensiblement constant avec leur aire même. Ce rapport étant nul, comme on vient de voir, pour de petites orbites quasi-circulaires, dans l'ellipsoïde d'aplatissement $\frac{1}{2}$, y sera sensiblement nul aussi pour des trajectoires d'une autre forme.

» J'ai reconnu encore, dans la même Note du 10 septembre 1877, que la surface à méridien cycloïdal est tautochrone pour les petites oscillations, quand on néglige, dans l'expression de T, les puissances du carré de l'amplitude supérieures à la première. Mais il n'en est plus de même à une approximation plus élevée; car si cette surface, à l'exclusion de toute autre,

continue à être tautochrone pour les oscillations se faisant dans un plan méridien, elle ne l'est plus pour celles qui se font suivant des cercles parallèles. Les premières formules (3), (4) y donnent en effet, si r est petit et si α désigne la courbure au fond,

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{g\alpha}}\left(1 - \frac{\alpha^4 r^4}{15}\right).$$

» En résumé, *il n'y a pas de surface de révolution sur laquelle un mobile pesant décrive généralement des orbites fermées ou emploie un temps constant à effectuer une oscillation; mais l'ellipsoïde dont l'aplatissement vaut* $\frac{1}{2}$ *jouit de la première propriété pour les oscillations très-petites et pour celles qui sont quasi-circulaires, tandis que la surface à méridien cycloïdal jouit de la seconde pour les oscillations également très-petites et pour celles qui se font suivant un plan méridien.* »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la définition de la solution simple.* Note de M. ÉMILE MATHIEU. (Extrait par l'auteur.)

« Dans toutes les questions de mouvements vibratoires et de distribution de la chaleur dans un corps de forme déterminée, qui ont été étudiées jusqu'à présent, on commence par chercher une solution dite *simple* qui ne dépend du temps t que par un facteur qui est le sinus d'un arc qui varie proportionnellement au temps ou par un facteur qui renferme le temps en exposant. Cette solution simple satisfait non-seulement à une équation aux différences partielles, mais encore à certaines *conditions aux limites*. La solution la plus générale est toujours la somme d'un nombre fini ou infini de solutions simples.

» Comme première question, examinons d'abord celle du mouvement vibratoire d'une membrane. Le déplacement normal v d'un point de la membrane est fourni par l'équation

$$(1) \qquad \frac{d^2 v}{dt^2} = m^2\left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dy^2}\right),$$

et v est nul sur le contour s de la membrane. En posant

$$(2) \qquad v = (A \sin amt + B \cos amt)u,$$

on a

$$(3) \qquad \frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}=-a^2u;$$

alors la fonction u doit satisfaire à cette équation et à la condition d'être nulle sur le contour, et la fonction u ayant été convenablement choisie ainsi que a, la formule (2) donnera la solution simple.

» Si le contour est un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes des x et y, on sait que l'on doit prendre u de la forme $f(x)\varphi(y)$; ce qui permet de déterminer immédiatement les deux fonctions $f(x)$, $\varphi(y)$ et la constante a.

» Si le contour est un cercle, le facteur u de la solution simple se met sous la forme $f(\mathrm{R})\varphi(\alpha)$, R, α étant des coordonnées polaires dont l'origine est au centre et $f(\mathrm{R})$, $\varphi(\alpha)$ satisfaisant à des équations différentielles du second ordre. Si le contour est une ellipse, la solution simple est beaucoup plus difficile à former; elle peut cependant aussi se mettre sous la forme $f(\alpha)\varphi(\beta)$, α, β étant les paramètres d'ellipses et d'hyperboles homofocales.

» Mais les résultats particuliers que je viens de rappeler ne jettent aucune lumière sur la définition générale de la solution simple.

» Pour trouver le caractère de la solution simple, quel que soit le contour s, j'ai observé d'abord que toute fonction u qui satisfait à l'équation (3) dans l'intérieur d'un contour et qui y est finie et continue, ainsi que ses dérivées du premier ordre, peut se mettre sous la forme

$$(4) \qquad u=\int \mathrm{N}\rho\, ds \quad \text{avec} \quad \mathrm{N}=\int_0^\pi \cos(ar\cos\omega)\log(r\sin^2\omega)\,d\omega,$$

ds étant un élément du contour, r la distance d'un point intérieur (x, y) à l'élément ds, ρ une fonction qui ne dépend que des coordonnées de ds, et l'intégrale se rapportant à tous les éléments du contour.

» Si, au lieu de l'équation (3), nous avions

$$\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}=a^2u,$$

le théorème précédent subsisterait avec le seul changement de a en $a\sqrt{-1}$ dans l'expression de N; de plus on peut alors démontrer que, si la fonction u s'annule sur les contours, elle est nulle en tous les points intérieurs. Mais ce dernier résultat n'a plus lieu si u est solution de (3).

» Si l'on prend pour le contour s un cercle, j'ai démontré que la for-

mule (4) peut se mettre sous la forme de la série suivante :

$$C_0 Q_0(R, a) + (C_1 \cos\alpha + D_1 \sin\alpha) Q_1(R, a) + \ldots \\ + (C_n \cos u\alpha + D_n \sin n\alpha) Q_n(R, a) + \ldots,$$

C_n, D_n étant des coefficients constants et $Q_n(R, a)$ la solution de l'équation

$$R^2 \frac{d^2 Q}{dR^2} + R \frac{dQ}{dR} + (a^2 R^2 - u^2) Q = 0,$$

qui ne devient pas infinie pour $R = 0$.

» On voit immédiatement qu'on pourra déterminer tous les coefficients et d'une seule manière, de telle sorte que, pour le contour $R = R_1$, u soit une fonction donnée arbitrairement $f(\alpha)$. Il y aura toutefois exception dans le cas où a sera racine d'une des équations

$$(5) \quad Q_0(R_1, a) = 0, \quad Q_1(R_1, a) = 0, \quad \ldots, \quad Q_n(R_1, a) = 0, \quad \ldots.$$

Au contraire, si l'on veut que u soit nul sur le contour, tous les coefficients C_n, D_n sont nuls en général et u est partout nul à l'intérieur du contour. Il y a toutefois exception si a est racine d'une des équations (5) $Q_n(R_1, a) = 0$; car alors on aura aussi la solution

$$u = (C_n \cos n\alpha + D_n \sin n\alpha) Q_n(R, a);$$

or cette expression, étant substituée dans la formule (2), donne précisément la solution simple.

» Ainsi cette forme particulière si remarquable que l'on a pour le facteur u de la solution simple, quand le contour est un cercle, se trouve exigée par les seules conditions de continuité de la fonction u et de ses premières dérivées à l'intérieur du cercle.

» J'ai fait la même recherche dans le cas où le contour s se compose, ou de deux cercles concentriques, ou d'un rectangle, ou d'une ellipse ou de deux ellipses homofocales. Dans tous ces cas, on arrive au résultat suivant :

Théorème. — *Il y a en général une fonction et une seule qui satisfait à l'équation*

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} = -a^2 u$$

dans l'intérieur du contour s, qui y est finie et continue ainsi que ses dérivées

de premier ordre et qui a en chaque point de ce contour une valeur donnée arbitrairement et variable. Il y a toutefois exception pour de certaines valeurs de a se suivant les unes les autres à des intervalles, et pour ces valeurs de a il existe une fonction u différente de zéro et satisfaisant à toutes les conditions précédentes, sauf que, au lieu d'avoir une valeur arbitraire en chaque point du contour s, elle s'annule sur ce contour. Cette fonction u, substituée dans la formule

$$v = (\mathrm{A} \sin \mathrm{am}\, t + \mathrm{B} \cos \mathrm{am}\, t) u,$$

fournit un mouvement vibratoire simple ou, autrement dit, une solution simple de l'équation (1), *à laquelle on adjoint la condition que u soit nul sur le contour.*

» Bien que je ne sois parvenu à démontrer le théorème précédent que dans les cas que j'ai cités, je ne doute pas que ce théorème ne définisse dans tous les cas les solutions simples. »

PHYSIQUE. — *Sur la théorie de la propagation de l'électricité dans les conducteurs.* Note de M. **Mascart.**

« D'après la théorie d'Ohm, les équations différentielles qui règlent la propagation de l'électricité dans les corps conducteurs sont identiques à celles que Fourier a établies pour la communication de la chaleur par conductibilité. L'intégrale générale de l'équation de Fourier est connue sous plusieurs formes, mais la considération des valeurs limites rend parfois les applications numériques difficiles; on peut, au contraire, choisir des conditions qui conduisent à une solution plus simple, laquelle s'applique en réalité à la plupart des phénomènes observés.

» Considérons un fil cylindrique de longueur indéfinie, primitivement à l'état neutre, dont l'une des extrémités est portée à un potentiel constant V_1. Le fil s'électrise progressivement, et le potentiel V en un point est une fonction du temps t et de la distance x du point considéré à l'extrémité électrisée. Si l'on néglige la déperdition d'électricité qui a lieu par le milieu ambiant ainsi que les phénomènes d'induction, ce potentiel satisfait à l'équation

$$(1) \qquad \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\gamma}{cs}\frac{dV}{dt} = \alpha^2 \frac{dV}{dt},$$

dans laquelle γ désigne la capacité électrique de l'unité de longueur du fil, c le coefficient de conductibilité et s la section.

» Pour un second fil placé dans les mêmes conditions que le premier et dont la nature est définie par un autre coefficient α', on aura de même

(2) $$\frac{d^2V'}{dx'^2} = \alpha'^2 \frac{dV'}{dt'}.$$

Posons $x' = mx$, $t' = nt$, m et n étant des constantes, et considérons V' comme une fonction de x et t, l'équation (2) devient alors

$$\frac{d^2V'}{dx^2} = \frac{\alpha'^2 m^2}{n} \frac{dV'}{dt}.$$

Si l'on choisit les coefficients m et n de telle façon qu'on ait

$$\alpha^2 = \frac{\alpha'^2 m^2}{n},$$

c'est-à-dire

$$\frac{\alpha^2 x^2}{t} = \frac{\alpha'^2 x'^2}{t'},$$

les potentiels V et V' satisfont à la même équation différentielle et aux mêmes conditions limites; ils représentent donc la même fonction de x et de t.

» Ainsi, quand on considère des fils indéfinis, ce qui dans la pratique équivaut à des fils assez longs pour que la durée de la propagation ait une valeur sensible, le potentiel V ne change pas lorsque le rapport $\frac{\alpha^2 x^2}{t}$ conserve la même valeur; c'est donc une fonction de ce rapport. Il en résulte déjà que le temps nécessaire pour qu'à une distance x se produise un potentiel déterminé, ou plus exactement une fraction déterminée du potentiel initial, est proportionnel au carré de la distance et au coefficient α^2 qui caractérise le fil.

» Dans ces conditions, l'équation (1) ne renferme en réalité qu'une variable indépendante, et si l'on pose

$$V = f\left(\frac{\alpha x}{2\sqrt{t}}\right) = f(y),$$

elle devient

$$\frac{d^2V}{dy^2} + 2y\frac{dV}{dy} = 0,$$

ce qui donne facilement

$$V = C\int_0^y e^{-y^2} dy + C'.$$

» Les constantes C et C′ seront déterminées par les conditions limites : pour $t = 0$ ou $y = \infty$, on a $V = 0$; pour $t = \infty$ ou $y = 0$, $V = V_1$. Il vient alors, en remarquant que $\int_0^\infty e^{-y^2}dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$,

$$(4) \qquad V = V_1\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^y e^{-y^2}dy\right).$$

» L'intégrale que renferme cette formule n'a pas d'expression simple, mais on en connaît les tables.

» Supposons maintenant que le potentiel V_1 ne soit maintenu à l'extrémité du fil que pendant un temps τ et que ce point soit ensuite réuni au sol. Le potentiel en un autre point s'obtiendra par la superposition de deux états, le premier dû au potentiel permanent V_1 établi à l'origine du temps, le second au potentiel permanent $-V_1$ établi seulement à l'époque τ. La valeur de V relative à chacun des états étant une fonction du temps écoulé depuis l'origine, le potentiel résultant U au même point sera

$$U = V(t) - V(t - \tau)$$

et, si le temps τ est infiniment petit,

$$U = \tau\frac{dV}{dt} = \tau\frac{dV}{dy}\frac{dy}{dt}.$$

On en déduit

$$(5) \qquad U = \tau\frac{V_1}{\sqrt{\pi}}\frac{y}{t}e^{-y^2} = \tau\frac{V_1}{2\sqrt{\pi}}\frac{1}{t^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\alpha^2x^2}{4t}}.$$

» Cette expression a été donnée par sir W. Thomson ; on voit que la valeur de U n'est plus une simple fonction du rapport $\frac{\alpha^2x^2}{t}$.

» La communication instantanée de l'extrémité du fil avec l'un des pôles d'une pile donne lieu, comme on le voit par la valeur de U, à une espèce d'onde électrique qui se propage suivant une loi assez complexe et qui s'étale à mesure qu'elle se propage. L'époque T à laquelle le maximum du potentiel a lieu en un point est déterminée par la condition

$$\frac{dU}{dt} = 0,$$

qui donne

$$(6) \qquad T = \frac{\alpha^2x^2}{6} = \frac{1}{6}\frac{\gamma}{cs}x^2.$$

» Ce temps T peut être considéré comme exprimant la durée de propagation d'une onde électrique; il est proportionnel au carré de la distance et se trouve ici exprimé en valeurs absolues en fonction des constantes électriques du fil.

» On déterminerait de même, par le calcul ou par une construction géométrique, l'onde qui résulte de la communication successive du fil avec le pôle positif et le pôle négatif de la pile, pendant des temps égaux ou inégaux et à des intervalles différents. On peut ainsi obtenir par plusieurs contacts successifs une onde beaucoup plus courte qu'avec un contact unique et cette propriété est utilisée dans les signaux télégraphiques.

» Les formules (4), (5) et (6) représentent exactement les phénomènes qui se produisent dans les expériences ingénieuses de M. Gaugain sur la propagation de l'électricité dans les corps peu conducteurs, comme des fils de coton ou des colonnes d'huile.

» Si l'on met un point du fil ou son extrémité la plus éloignée en communication avec le sol par un galvanomètre de très-grande résistance, ces formules donnent aussi l'intensité du courant dérivé en un point, l'intensité du courant à l'extrémité du fil et le temps nécessaire pour que le maximum soit atteint dans les deux cas. On peut ainsi résoudre, par des considérations assez simples, la plupart des problèmes relatifs à la propagation des signaux télégraphiques dans les câbles sous-marins. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de formation des chlorures métalliques unis à l'ammoniaque*. Note de M. Isambert, présentée par M. Berthelot.

« J'ai entrepris de déterminer la chaleur de combinaison du gaz ammoniac avec les chlorures métalliques, dans l'espoir que ces recherches, s'appliquant à des corps dont la dissociation a lieu à des températures assez basses pour être suivies avec soin, pourront établir une relation entre les phénomènes thermiques et la dissociation. J'ai examiné, en premier lieu, les chlorures métalliques ammoniacaux dont j'avais étudié la dissociation d'une manière plus complète, chlorures d'argent, de zinc, de calcium, me proposant de compléter plus tard cette étude en l'étendant aux divers chlorures ammoniacaux.

» La combinaison du gaz ammoniac avec ces chlorures se faisant en général avec une extrême lenteur, il est impossible de mesurer directement la chaleur dégagée, et j'ai dû avoir recours à un procédé indirect, fondé sur

la dissolution du composé préparé à l'avance, la dissolution ayant lieu sur un poids donné et par l'acide chlorhydrique étendu placé dans le calorimètre de M. Berthelot.

» La question qui offre le plus d'importance dans ce genre de recherches est la préparation des chlorures ammoniacaux : il ne suffit pas en effet que le chlorure de zinc, par exemple, ait absorbé en poids un équivalent de gaz ammoniac pour qu'on ait un composé défini ; on pourrait avoir un mélange en proportions très-variables des divers corps, $ZnCl$, $ZnCl\,AzH^3$, $ZnCl\,2AzH^3$, $ZnCl\,3AzH^3$, avec cette seule condition que la somme de $ZnCl$ et celle de AzH^3 fussent dans les rapports d'équivalents égaux : ainsi $ZnCl\,AzH^3$, et $\frac{1}{2}ZnCl + \frac{1}{2}(ZnCl\,2AzH^3)$, etc., indiqueraient à la balance la même composition, mais pourraient au calorimètre donner des résultats très-différents. Il faut donc, en général, préparer le chlorure saturé, puis le décomposer par la chaleur, en se réglant pour cela sur les tensions de dissociation de ces chlorures ammoniacaux. Dans ces conditions, l'expérience donne des résultats assez concordants.

» Le chlorure d'argent forme avec le gaz ammoniac deux composés, dont les formules sont $AgCl\,3AzH^3$ et $2AgCl\,3AzH^3$. En rapportant la quantité de chaleur dégagée dans la combinaison à un équivalent, 17 grammes d'ammoniaque, j'ai obtenu pour le composé saturé les nombres de Calories qui suivent : pour le composé $AgCl\,3AzH^3$: $10^c,52$, 10,48, 10,52, 10,64, dont la moyenne est $10^c,54$; l'autre composé m'a donné 11,68, 11,59, 11,46, moyenne 11,58. Comme à la pression ordinaire, à la température de 20 degrés, le premier composé se détruit en donnant le second, on doit regarder $AgCl\,3AzH^3$ comme résultant de l'union de $2AgCl\,3AzH^3$ avec $3AzH^3$, et la formation de $2AgCl\,3AzH^3$ dégageant $11^c,58$ pour un équivalent d'ammoniaque, celle de la combinaison $(2AgCl\,3AzH^3) + 3AzH^3$ dégage $9^c,50$.

» Le chlorure de zinc forme trois composés qui m'ont donné les nombres de calories suivants, pour un équivalent d'ammoniaque : $ZnCl\,AzH^3$, 22,18, 22,07, 21,99, moyenne 22,08; $ZnCl\,2AzH^3$, 16,99, 17,07, 16,93, moyenne 16,99; $ZnCl\,3AzH^3$, 14,99, 15,00, 14,93, 14,90, moyenne 14,98. Il en résulte que $ZnCl + AzH^3$ dégage $22^{cal},08$; $(ZnCl\,AzH^3) + AzH^3$, 11,90; $(ZnCl\,2AzH^3) + AzH^3$, 18,96. Enfin la formation de $ZnCl\,3AzH^3$ donne lieu au dégagement de $44^{cal},94$.

» Le chlorure de calcium forme aussi trois composés, $CaCl\,AzH^3$, $CaCl\,2AzH^3$ et $CaCl\,4AzH^3$; le premier a dégagé 13,80, 14,10, 14,18 ; moyenne $14^{cal},03$; $CaCl\,2AzH^3$ 12,09, 12,00, 12,39, moyenne 12,16; et le troisième $CaCl\,4AzH^3$ 11,09, 10,92, 11,07 : moyenne 11,03 ; en sorte

que la formation des divers composés correspond : pour $CaCl\,AzH^3$, à 14,03; ($CaCl\,AzH^3$) + AzH^3, 10,29; ($CaCl\,2AzH^3$) + $2AzH^3$, 9,90 pour 17 grammes d'ammoniaque.

» La chaleur de combinaison est d'autant plus grande que, pour avoir une même tension de dissociation, $0^m,760$ par exemple, on est obligé d'élever plus la température. En outre, les mesures ayant été faites à la température ambiante, leur concordance indique déjà que, même pour des corps qui se dissocient facilement, la chaleur de combinaison ne varie pas notablement avec la températnre.

» Parmi ces nombres, celui qui correspond à l'union de $Zn\,Cl$ avec $3AzH^3$ surpasse même la chaleur de formation du chlorhydrate d'ammoniaque (42,5), surtout si l'on retranche de ce dernier nombre la chaleur latente inconnue de liquéfaction et de fusion de l'acide chlorhydrique. Il en résulte que, si l'on opère dans des conditions de température telles que le chlorhydrate d'ammoniaque éprouve un commencement de dissociation, le chlorure de zinc pourra retenir une partie de l'ammoniaque, de préférence à l'acide chlorhydrique, en formant aussi un composé dissociable. Bref, entre le chlorure d'hydrogène, $H\,Cl$, et le chlorure de zinc, $Zn\,Cl$, opposés à l'ammoniaque, il pourra se produire certains phénomènes d'équilibre, réglés à la fois par les quantités de chaleur et par les coefficients de dissociation [1]. Comme conséquence de ces résultats numériques et de ces raisonnements fondés sur les théories de M. Berthelot, j'ai essayé l'action du chlorure de zinc sur le chlorhydrate d'ammoniaque : j'ai obtenu, en effet, avec le chlorure de zinc absolument anhydre, préparé directement par l'action du chlore sec sur le métal, et chauffé jusqu'à fusion avec du chlorhydrate d'ammoniaque récemment volatilisé, un dégagement abondant d'acide chlorhydrique, accompagné d'un vif bouillonnement. En même temps le chlorure de zinc resté dans la cornue retient de l'ammoniaque; mais la décomposition ne tarde pas à s'arrêter. Le chlorure de zinc à une température modérée est donc capable de décomposer *partiellement* le chlorhydrate d'ammoniaque et d'en chasser l'acide chlorhydrique. A première vue, on serait porté à assimiler cet effet à la réaction d'un acide plus fixe qui met en liberté un acide plus volatil ; mais les phénomènes d'équilibre qui président à ce déplacement montrent que la théorie en est différente, se rattachant à la fois au principe du maximum thermique et à la dissociation. Quoi qu'il en soit, le fait lui-même me paraît inattendu et digne de l'intérêt des chimistes. »

---

[1] Voir *Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 860 et 864.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la dissociation de l'hydrate de chloral.* Note de MM. **Moitessier** et **R. Engel**, présentée par M. Wurtz.

« Dans plusieurs Communications à l'Académie des Sciences, M. Troost est arrivé à cette conclusion que l'hydrate de chloral ne se dissocie pas aux températures de 78 degrés et de 100 degrés. Les expériences de M. Troost ont été infirmées par M. Wurtz, qui s'est placé dans des conditions telles que toutes les causes d'erreur avaient été éliminées.

» Nous nous sommes occupés, de notre côté, de la solution de ce problème, et nous avons été amenés à nous demander quelle est la tension de la vapeur de l'hydrate de chloral au point débullition de ce composé. N'était-il pas probable que, dans l'hypothèse de la dissociation, la tension de la vapeur de l'hydrate de chloral en ébullition serait supérieure à la pression atmosphérique, contrairement à ce qui arrive pour les autres liquides en ébullition ?

» Telle est la question que nous nous sommes proposé de résoudre et l'expérience a confirmé nos prévisions.

» Notre appareil consiste en un tube recourbé ayant la forme d'un tube de Mariotte; sa petite branche est fermée. Ce tube est d'abord rempli de mercure avec les précautions usitées pour la construction d'un baromètre et de telle sorte que le niveau du mercure dans la branche ouverte soit au-dessous du sommet de la branche fermée. Cela fait, on introduit dans celle-ci une petite quantité d'hydrate de chloral destiné à fournir la vapeur. L'appareil ainsi chargé est plongé dans une dissolution de chlorure de calcium dont on élève la température jusqu'aux environs du point d'ébullition de l'hydrate de chloral et l'on maintient pendant un certain temps la température constante à l'aide d'un bon régulateur. Sous l'influence de la chaleur, il se forme dans la branche fermée de l'appareil une certaine quantité de vapeur saturée d'hydrate de chloral. Le niveau du mercure dans la branche ouverte ne tarde pas à s'élever et bientôt, même au-dessous du point d'ébullition de l'hydrate de chloral, il se fixe à une hauteur supérieure à celle qu'il atteint dans la branche qui contient la vapeur.

» Notre appareil nous permet d'ailleurs de déterminer les tensions de la vapeur saturée d'hydrate de chloral aux températures voisines du point d'ébullition de ce composé. Ces tensions sont, en effet, égales à la pression atmosphérique augmentée ou diminuée de la différence des niveaux du

mercure dans les deux branches, suivant que le niveau est plus élevé dans la branche ouverte ou dans la branche fermée.

» Voici les résultats (corrigés) obtenus :

	Tensions.
A 95°,8	769,5
A 96,5	789,5
A 97,3	814,5
A 97,5	817,9

» La température de la vapeur de l'hydrate de chloral en ébullition étant comprise entre 97 degrés et 97°,5, on voit, d'après ces chiffres, que la tension de cette vapeur, à la température de l'ébullition, est notablement supérieure à la pression atmosphérique.

» L'hydrate de chloral employé a été préalablement desséché dans le vide sec. Les quantités d'hydrate introduites ont varié de $0^{gr},015$ à 2 grammes. Nous préférions n'employer que de petites quantités de matière, de telle sorte que nous nous trouvions à l'abri d'erreurs pouvant provenir de l'introduction dans l'appareil de traces d'eau ou d'autres composés volatils. Le tube avait d'ailleurs 15 millimètres de diamètre. Enfin, plusieurs échantillons de chloral nous ont constamment donné les mêmes résultats.

» Nous nous sommes assurés, d'autre part, que le chloral anhydre se comporte comme les autres liquides dissociables.

» Ces expériences peuvent également se faire en chauffant le tube de Mariotte dans la vapeur même de l'hydrate de chloral. Les résultats sont les mêmes dans leur ensemble, mais ne sont pas aussi précis. En effet, lorsque l'hydrate de chloral entre en ébullition, la température du liquide est très-notablement supérieure à la température de la vapeur, ainsi que Cannizzaro l'a déjà observé (liquide, 105 degrés; vapeur, 97°, 5). Lorsque l'appareil plonge même partiellement dans le liquide, on observe par conséquent une tension beaucoup plus considérable qu'elle ne l'est en réalité. Notre tube est d'ailleurs de dimensions assez grandes; l'expérience doit durer longtemps, ce qui rend l'opération difficile.

» De ces résultats nous concluons donc à la dissociation de l'hydrate de chloral, car on ne saurait, ce nous semble, expliquer autrement que par une dissociation ce fait que la tension de la vapeur de l'hydrate de chloral en ébullition est supérieure à la pression atmosphérique. Il est probable que les autres liquides dissociables se comporteront comme l'hydrate du chloral.

» Cette recherche nous a menés à tracer la courbe des tensions de vapeur de l'hydrate de chloral et du chloral anhydre. Nous donnerons, dans une prochaine Communication, les résultats de ces expériences. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'isomérie des amylènes.* Note de M. A. WISCHNEGRADSKY, présentée par M. Wurtz.

« La Note de M. A. Étard, *Sur la préparation de l'amylène,* insérée dans les *Comptes rendus* (même tome, p. 488) paraît offrir la preuve que la connaissance des résultats obtenus par divers savants russes, dont M. Étard fait mention, n'est pas suffisamment répandue. C'est cette circonstance probablement qui a conduit M. Étard à une conclusion erronée par rapport à la structure chimique de l'amylène obtenue par lui.

» Étant un des chimistes russes dont parle M. Étard, je prends la liberté d'exposer en peu de mots les faits principaux touchant les amylènes isomériques. M. Flavitzky, le premier, a exprimé l'idée que l'amylène ordinaire n'est pas *l'isopropyléthylène* $(CH^3)^2CH - CH = CH^2$, comme on le pensait généralement, mais le *triméthyléthylène* $(CH^3)^2C = CH(CH^3)$. Cette supposition a été complétement confirmée par mes recherches. J'ai trouvé en même temps que l'amylène ordinaire (amylène du commerce), préparé au moyen du chlorure de zinc, contient, outre le triméthyléthylène, environ 10 pour 100 d'un hydrocarbure isomérique fournissant du méthylpropylcarbinol $CH^3 - CH^2 - CH^2 \left| \begin{matrix} CH \\ \\ CH^3 \end{matrix} \right. (HO)$ lorsqu'on le combine aux éléments de l'eau (1). Plus tard M. Eltékof a prouvé la présence du *méthyléthyléthylène* (non symétrique) $(C^2H^5)(CH^3)C = CH^2$ et d'une petite quantité d'isopropyléthylène dans l'amylène ordinaire. Cet amylène est donc un mélange de plusieurs hydrocarbures isomériques, dont les points d'ébullition varient environ de 22 degrés à 40 degrés. C'est cela qui explique l'absence du point d'ébullition fixe dans l'amylène du commerce, tandis que les variétés, qu'on sait maintenant isoler à l'état de pureté, offrent un point d'ébullition tout à fait constant. Ainsi l'alcool amylique tertiaire (le diméthyléthylcarbinol), qu'on obtient aisément avec de l'amylène du commerce, fournit du triméthyléthylène à l'état de pureté complète et au point d'ébullition entièrement fixe (36 degrés.) Il

---

(1) Voir *Mémoire de l'Acad. imp. des Sc. de Saint-Pétersb.*, t. XXIV, n° 6.

est à remarquer que la préparation de cet hydrocarbure, en partant de l'alcool amylique tertiaire, a été effectuée pour la première fois par M. Ermolaïew. L'iodhydrate de cet amylène possède le point d'ébullition de 127 à 128 degrés.

» En étudiant d'autre part l'amylène préparé par l'action de la potasse alcoolique sur l'iodure d'amyle de fermentation, j'ai trouvé que cet hydrocarbure est un mélange de deux variétés isomériques. L'une d'elles a été isolée par moi à l'état pur et reconnue comme l'isopropyléthylène. Ce dernier bout d'une manière constante à 21°,5, et ne se dissout pas dans de l'acide sulfurique. Le point d'ébullition de l'iodhydrate d'isopropyléthylène est situé à 137-139 degrés.

» En présence de tous ces faits solidement établis, il est difficile de comprendre comment M. Étard croit pouvoir attribuer à son amylène, qui bout à 35-38 degrés et qui fournit un iodhydrate bouillant à 125 degrés, le nom et la structure de l'isopropyléthylène. Il est évident que l'amylène de M. Étard n'est autre chose que le triméthyléthylène. C'est cet hydrocarbure, en effet, qui se forme toujours en quantité prépondérante par l'action du chlorure de zinc sur l'alcool amylique de fermentation, et sa formation prouve que la réaction principale présente dans ce cas, non-seulement une « simple déshydratation », comme le dit M. Étard, mais qu'il y a là en même temps une transposition moléculaire. Il faut bien admettre cela depuis que la nature de l'amylène du commerce est établie. Outre le triméthyléthylène, l'amylène de M. Étard pouvait contenir encore une certaine quantité du méthyléthyléthylène non symétrique, formé aux dépens de l'alcool amylique actif. L'insolubilité dans l'acide sulfurique dilué d'un demi-volume d'eau, que M. Étard attribue à son amylène, ne prouve pas que cela ne soit le triméthyléthylène, car on n'effectue la solution de ce dernier hydrocarbure qu'en le traitant soigneusement, tout en maintenant la température à zéro et en agitant fortement pendant au moins une demi-heure et non pendant « quelques minutes », comme l'a fait M. Étard.

» Il est à remarquer encore que le diamylène bout à 154-156 degrés et non à 165 degrés. »

ZOOLOGIE. — *Sur une forme rare de l'organe hépatique chez les Vers.* Note de M. **Joannes Chatin**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Dans la généralité des Vers, le foie, représenté par une couche cellulaire qui s'applique sur la paroi intestinale et la recouvre dans une étendue

plus ou moins considérable, semble différer profondément du même organe considéré chez les Mollusques, les Crustacés, etc.

» L'examen de certains types montre pourtant que cette distinction est loin d'être aussi absolue qu'on pourrait l'imaginer tout d'abord, et, dans quelques Annélides appartenant aux Hirudinées (Pontobdelles) ou aux Chétopodes (Aphrodites), la sécrétion biliaire tend à se localiser dans de petits cœcums insérés sur les bords du canal intestinal; mais ces exemples, coïncidant presque toujours avec des états particuliers du tube digestif, sont trop rares et trop imparfaits pour témoigner d'une véritable parenté morphologique avec les dispositions propres aux Invertébrés supérieurs. Celles-ci se retrouvent, au contraire, réalisées dans tous leurs caractères essentiels, chez un Helminthe que j'ai pu étudier récemment et dont l'observation est des plus instructives à cet égard.

» Ce Nématoïde, du groupe des *Agamonema*, Dies, vit enkysté dans les muscles de divers poissons et m'a été remis par M. H. Filhol, qui en a recueilli plusieurs exemplaires durant son séjour à l'île Campbell. Dans cette espèce, la région initiale ou œsophagienne du tube digestif est assez grêle et ne présente d'autres glandes que de petits follicules à contours irréguliers et renfermant un liquide visqueux, hyalin, parsemé de fines granulations grisâtres. L'intestin moyen, qui vient ensuite, est facilement reconnaissable à l'inégalité qui se manifeste entre son diamètre et celui de la portion précédente; cette différence tient moins à un accroissement notable dans le calibre du tube intestinal qu'au développement d'une masse extérieure brunâtre qui l'entoure et semble se confondre avec lui.

» Si l'on dilacère cette masse et qu'on l'observe avec un grossissement de $\frac{120}{1}$, puis de $\frac{350}{1}$, on constate qu'elle est formée de tissu glandulaire. Elle se compose en effet d'une multitude de culs-de-sac limités par une fine membrane qui s'épaissit légèrement à la périphérie; dans leur intérieur se montrent un grand nombre de granulations arrondies, brunâtres ou jaunâtres; l'absence d'éléments épithéliaux s'explique aisément par l'état de l'animal.

» La structure de l'organe rappelant, dans tous ses traits principaux, la constitution du foie des Crustacés et des Mollusques, ses rapports semblables à ceux qu'il affecte dans certains d'entre eux (Squilliens, etc.) obligent à le considérer comme une forme nouvelle pour les Vers et montrent que, si la plupart de ces animaux s'écartent à ce point de vue des autres Invertébrés, il en est cependant qui méritent d'en être rapprochés et possèdent comme eux une véritable glande hépatique. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Expériences démontrant que l'urée pure ne détermine jamais d'accidents convulsifs.* Note de MM. **V. Feltz** et **E. Ritter**, présentée par M. Bouillaud.

« Le rôle de l'urée dans les accidents dits *urémiques* est loin d'être nettement déterminé, parce que les résultats des injections d'urée sont contradictoires ; pour les uns, l'urée est absolument inoffensive, pour les autres elle amène des convulsions éclamptiques qnand elle est introduite à haute dose dans le sang. C'est pour chercher la raison de la diversité des données expérimentales que nous avons voulu répéter nos essais sur l'urémie, déjà signalés dans la thèse de M. Challan (Strasbourg, 1865) et dans notre Mémoire sur l'ammoniémie (*Journal de M. Ch. Robin,* mai 1874). En nous fondant sur les résultats consignés dans ces publications, nous avions conclu à l'innocuité de l'urée en tant que cause des convulsions éclamptiques de l'urémie.

» De nouvelles séries d'expériences faites sur des lapins et des chiens avec de l'urée naturelle et artificielle, l'une et l'autre absolument pures, nous ont démontré péremptoirement que l'urée, en solution concentrée dans de l'eau distillée, dans les proportions de 5 à 7 grammes pour les lapins, de 15, 20 et 25 grammes pour des chiens de 7 à 12 kilogrammes, ne provoque jamais d'accidents convulsifs. L'urée injectée dans le sang s'élimine très-rapidement, comme le démontrent les analyses, par les selles, la salive et surtout par les urines ; la présence de l'urée en grande quantité dans l'organisme ne détermine pas d'augmentation de température. Les seuls signes observés ont été quelquefois des vomissements, plus ou moins de diarrhée et une polyurie relative.

» Le sang normal ne renferme donc pas de principes qui convertissent rapidement l'urée en sels ammoniacaux, car nous avons démontré dès 1874 (*Comptes rendus*, 1er semestre, page 859) que le carbonate d'ammoniaque introduit dans le sang détermine la mort avec convulsions éclamptiques à des doses de beaucoup inférieures aux quantités de ce sel qu'entraînerait le dédoublement des proportions d'urée injectées par nous dans les veines.

» Supposant que l'urée reste inoffensive, parce qu'elle s'élimine trop vite, nous avons lié sur six chiens les vaisseaux rénaux et nous avons injecté par la veine crurale à trois de ces animaux de 6 à 18 grammes d'urée pure. Ces six chiens ont tous présenté, à peu de chose près, les mêmes symptômes : ils ont vécu un temps suffisant, de 30 à 48 heures, pour avoir des attaques d'éclam-

psie; mais les convulsions ne se sont présentées ni plus tôt ni avec plus d'intensité chez les animaux qui avaient reçu de fortes quantités d'urée dans les veines que chez ceux auxquels nous avions simplement mis des ligatures sur les vaisseaux rénaux pour arrêter la sécrétion urinaire.

» Les analyses du sang, de la bile, des produits stomacaux et intestinaux démontrant dans ces différents liquides des quantités d'urée bien plus considérables chez les trois premiers chiens, nous voyons dans ce résultat une nouvelle preuve de la non-conversion rapide dans le sang de l'urée en produits ammoniacaux toxiques.

» Tout récemment, manquant d'urée préparée par nous, nous avons fait venir d'Allemagne de l'urée garantie très-pure. Cette substance présentait les réactions chimiques et les caractères physiques de l'urée pure. Essayée sur des lapins et des chiens, elle ne produisit aucun résultat à petites doses; injectée dans les veines à la dose de 5 à 7 grammes pour les lapins, de 15 à 25 grammes pour des chiens de différents poids, elle provoqua des accidents convulsifs analogues à ceux que l'on détermine par l'introduction dans le sang de petites doses de sels ammoniacaux.

» Une analyse plus détaillée de l'urée employée et d'autres échantillons de provenance allemande nous démontra que ces urées contenaient de faibles quantités de sels ammoniacaux (chlorures, sulfates), dus à un défaut de préparation. Cette impureté de l'urée se constate par l'addition de potasse qui donne à froid un dégagement d'ammoniaque et surtout par le réactif de Nessler, qui prend une coloration jaune ou brune suivant le degré d'impureté.

» *Conclusions.* — L'urée pure artificielle ou naturelle, injectée dans le système veineux à très-fortes doses, ne détermine jamais d'accidents convulsifs; elle est éliminée rapidement par les sécrétions.

» Il n'y a pas dans le sang normal de ferments qui convertissent l'urée en sels ammoniacaux; la rapidité de l'élimination ne peut être invoquée comme cause de cette non-conversion, car on peut, par la suppression de la sécrétion rénale, retarder l'élimination de l'urée sans hâter la survenance de l'éclampsie.

» Les urées qui à haute dose déterminent des convulsions sont toujours des urées impures qui renferment des sels ammoniacaux, dont la présence est facilement constatable par le réactif de Nessler. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Théorie de l'action des bactéridies dans le charbon.* Note de M. **Toussaint**, présentée par M. Bouley.

« En appliquant à l'étude comparative des lésions que j'ai signalées chez les animaux d'espèces différentes les données qui ressortent des expériences communiquées à l'Académie, j'estime qu'il est possible d'en déduire une théorie générale de l'action des bactéridies introduites dans l'organisme, théorie qui peut se résumer ainsi :

» La maladie charbonneuse est due à l'existence d'un parasite qui vit et se reproduit dans le sang et les liquides des animaux vivants, qui agit par ses qualités physiques et par les substances qu'il sécrète ou excrète, ou dont il provoque la formation ; ces substances sont solubles et jouissent de propriétés inflammatoires, plus ou moins intenses suivant les animaux qui ont nourri les bactéridies. La différence d'activité de la matière phlogogène n'est pas encore expliquée : il est possible qu'elle tienne aux propriétés particulières du sang des animaux chez lesquels le parasite se développe, mais quelques expériences inédites m'ont donné à penser qu'elles pourraient bien être dues au polymorphisme.

» Lorsque les bactéridies produisent une matière peu inflammatoire, elles agissent surtout par leurs propriétés physiques et causent la mort par l'oblitération des vaisseaux capillaires des organes essentiels : tel est le cas du lapin, du mouton, du cobaye où ces lésions se rencontrent presque exclusivement. A des propriétés phlogogènes plus intenses correspondent des lésions vasculaires d'un autre ordre : la rupture des vaisseaux capillaires et des épanchements sanguins plus ou moins considérables qui existent simultanément avec les oblitérations vasculaires, comme cela se voit quelquefois sur le mouton, toujours chez le cheval et l'âne. Enfin les propriétés inflammatoires peuvent dominer et la mort arriver avec un nombre relativement peu considérable de bactéridies ; les ruptures vasculaires acquièrent alors une extrême gravité, elles siégent surtout dans les parois du cœur chez le chien.

» Il me reste maintenant, pour compléter cette théorie, à étudier et à interpréter les lésions du système lymphatique. Voici les faits tels qu'ils se présentent dans les expériences. Il peut se présenter trois cas :

» 1° Le charbon a été transmis par *inoculation* à un animal qui meurt sans présenter de ruptures vasculaires.

» 2° Le charbon a été transmis à ce même animal *par injection* directe dans un vaisseau.

» 3° Le charbon a été transmis, soit par inoculation, soit par injection intra-vasculaire, à un animal qui présente dans le cours de la maladie des ruptures vasculaires plus ou moins nombreuses.

» Dans le premier cas, les recherches faites sur les ganglions frais ou durcis et au moyen de coupes ne montrent pas de bactéridies, excepté dans ceux qui se trouvent placés sur le trajet de lymphatiques venant du point inoculé, où elles se trouvent alors en nombre immense.

» Dans le deuxième cas, aucun ganglion ne présente de bactéridies dans les sinus; les seules qu'on y rencontre sont renfermés dans les vaisseaux sanguins des follicules.

» Dans le troisième cas, tous les ganglions situés sur le trajet des lymphatiques venant des points où siégent les ruptures vasculaires sont gorgés de bactéridies; les infiltrations avoisinant la rupture en montrent des monceaux formés de longs filaments enchevêtrés et les ganglions en possèdent dans leurs sinus en quantité d'autant plus considérable que la rupture est plus ancienne.

» Ces trois cas sont faciles à interpréter; en réalité, ils se réduisent à un seul. La manière d'agir des bactéridies est toujours la même. Prenons comme cas type le premier, celui de l'inoculation.

» Lorsqu'un animal a été inoculé, à partir de ce moment jusqu'à celui de la mort, il présente constamment des bactéridies dans l'un ou l'autre point de l'économie, non des bactéridies latentes à l'état de germe, mais entières, articulées, démontrables au microscope. On en trouve toujours dans le tissu conjonctif avoisinant le point inoculé et en nombre d'autant plus considérable que le moment de l'inoculation est plus éloigné de celui de l'examen. L'infiltration ou l'œdème qu'elles provoquent se propage dans la direction des lymphatiques qui les recueillent et les apportent au ganglion. Elles pénètrent dans cet organe comme le font toutes les substances solides finement pulvérisées, comme le minium injecté sous la peau, comme les poudres du tatouage; je les ai retrouvées en nombre assez considérable (environ 10 par champ du microscope) cinq heures après une inoculation faite à 2 centimètres d'un ganglion axillaire, dans la pulpe de ce ganglion. Arrivées dans un ganglion, elles se multiplient, provoquent une inflammation et le plus facile écoulement des substances renfermées dans les sinus lymphatiques; leur multiplication par allongement est aussi un mode de progression : elles sortent enfin par les vaisseaux efférents et arrivent au ganglion suivant ou bien dans les vaisseaux sanguins, où elles se multiplient rapidement et d'où elles ne sortent plus.

» A partir du moment où les bactéridies ont pénétré dans le sang (en recueillant le sang d'un lapin inoculé depuis $7^h 30^m$ par trois piqûres à la face interne de chaque bras, et en injectant 15 gouttes dans la jugulaire d'un autre lapin, j'ai amené la mort de ce dernier), les phénomènes se passent comme si l'on avait fait l'injection dans les vaisseaux, c'est-à-dire comme dans le deuxième cas, déduction faite des parasites constamment apportés par les ganglions premiers récepteurs.

» Enfin, dans les cas où les ruptures vasculaires surviennent après la pénétration des bactéridies dans le sang, chaque rupture laisse échapper un nombre plus ou moins considérable de bactéridies qui agissent alors comme de véritables inoculations profondes, auxquelles succèdent les mêmes désordres que pour l'inoculation sous-cutanée, c'est-à-dire infiltration, pénétration dans les ganglions et retour au sang. Mais les désordres, dans ces cas, sont tellement graves et nombreux que l'animal meurt avant que les embolies capillaires se soient formées.

» La connaissance de ces faits pourra jeter un certain jour sur le mode de pénétration des bactéridies dans le cas de charbon spontané ; elle permettra de déterminer en quel point de l'économie et par quelle voie les parasites s'introduisent. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur deux arcs-en-ciel de courbure opposée.* Note de M. Ch. Faraguet. (Extrait.)

« J'ai été témoin, hier lundi, 8 avril 1878, dans la cour de mon habitation sise à Agen, d'un phénomène météorologique qui m'a paru extraordinaire et dont la description pourra peut-être intéresser l'Académie.

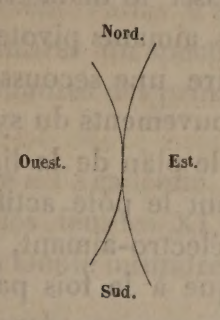
» Il était $4^h 30^m$ du soir. Le ciel était couvert de nuages légers, floconneux, un peu brouillés vers le zénith, mais très-clairs, surtout du côté de l'ouest, puisqu'ils n'arrêtaient pas la lumière du soleil. Le vent était au sud et assez fort.

» Presque au zénith, mais un peu vers l'ouest, se trouvait le point de contact de deux arcs-en-ciel tangentiels, de courbure opposée, dont l'un, du plus petit rayon, avait sa concavité tournée vers l'ouest, tandis que l'autre, d'une courbure moins prononcée, avait au contraire sa convexité opposée à l'ouest, en sorte qu'ils formaient un x à branche inégale.

» Les couleurs de ces deux arcs ainsi opposés étaient néanmoins disposées dans le même ordre, du rouge à l'ouest au violet à l'est, et se su-

perposaient très-exactement dans la partie tangentielle, où elles avaient par suite plus de vivacité que dans les branches séparées; elles étaient aussi un peu plus prononcées dans l'arc de l'ouest que dans celui de l'est.

» L'arc de l'ouest m'a paru avoir une amplitude d'à peu près 60 degrés; celui de l'est le dépassait sensiblement au nord et au sud.



» La Lune se montrait dans l'espace qu'aurait embrassé l'arc de l'ouest, s'il avait atteint une demi-circonférence; elle était au sud de son centre, dont elle était éloignée à peu près des trois quarts du rayon; la ligne des cornes était dirigée vers le centre du cercle.

» L'arc de l'est s'est effacé peu à peu en commençant par le nord et a disparu à $4^h 40^m$. L'arc de l'ouest s'est aussi éteint peu à peu et a cessé d'être visible à $4^h 50^m$.

M. Tommasi présente à l'Académie, par l'entremise de M. du Moncel, un nouveau système de relais qu'il destine principalement aux longues lignes sous-marines.

« Pour obtenir dans ces conditions d'application de bons résultats, il faut, comme on le sait, que le relais ait une très-grande sensibilité, qu'il puisse être impressionné instantanément sous l'influence de courants très-faibles et d'une durée excessivement courte et que ses mouvements soient nettement définis et très-rapides. Un galvanomètre ordinaire très-sensible ne résoudrait évidemment pas la question, en raison de sa lenteur d'action et de l'instabilité de son organe sensible, et, pour résoudre le problème, M. Tommasi a dû avoir recours à un électro-aimant d'une forme toute particulière.

» Cet électro-aimant a une certaine ressemblance avec celui que Faraday a employé pour son étude de la rotation des rayons polarisés sous

l'influence magnétique, seulement la traverse qui réunit les deux branches polaires opposées l'une à l'autre est recouverte, comme celles-ci, d'une hélice magnétisante, et c'est entre les pôles de cet électro-aimant que se trouve disposé le barreau magnétique destiné à réagir sur les contacts du relais. Ce barreau, ou plutôt ce système magnétique, car il y en a deux disposés parallèlement, est d'une très-faible masse et d'une très-petite longueur, qui ne doit pas dépasser le diamètre des extrémités polaires de l'électro-aimant ; chacun des aimants pivote sur son centre et porte un petit taquet destiné à produire une secousse pour décoller les contacts et rendre plus prompts les mouvements du système. En temps normal, ces barreaux sont rappelés dans le plan de la ligne équatoriale de l'électro-aimant par un aimant fixe dont le pôle actif est en pointe ; mais, quand le courant passe à travers l'électro-aimant, chacun des pôles de celui-ci agit sur le système magnétique à la fois par attraction et répulsion et tend à le faire dévier dans un sens ou dans l'autre suivant la direction du courant à travers l'électro-aimant ; le système magnétique qui se trouve disposé entre les deux contacts du relais vient donc butter sur l'un ou l'autre de ces contacts, et fait fonctionner la pile locale destinée à animer le télégraphe mis en rapport avec les relais.

» Le relais fonctionne avec des courants renversés, et il a été combiné de manière à s'appliquer aux télégraphes Morse et aux télégraphes Hughes ; il est si sensible qu'il peut être impressionné par le courant d'un couple voltaïque composé d'un fil de cuivre et d'un fil de zinc immergés dans de l'eau pure, lequel courant a traversé une planche de bois sec de 20 centimètres de longueur, ce qui suppose au circuit une résistance de plusieurs millions de kilomètres de fil télégraphique.

» Les expériences faites avec cet appareil au Bureau central des lignes télégraphiques, sur une ligne de 5000 kilomètres de longueur présentant 280 kilomètres de fils souterrains, ont montré qu'il pouvait faire fonctionner un télégraphe Morse avec un seul élément à sulfate de cuivre, et l'on est parvenu, avec le même système, à faire fonctionner un télégraphe Hughes entre Marseille et Alger avec une vitesse de transmission de 22 mots par minute et une pile de trois à quatre éléments Daniell. Aujourd'hui, grâce à un dispositif particulier qui permet de faire fonctionner les télégraphes Hughes avec des courants renversés, avec un seul contact au relais et une seule et même pile, on peut transmettre jusqu'à 33 mots par minute. »

M. **Cornu** adresse à l'Académie deux Planches relatives à la description du spectre solaire ultra-violet. L'une est un nouveau tirage corrigé et augmenté de la Planche qui comprend le violet extrême de la raie h' à la raie O, l'autre est la reproduction par la gravure sur cuivre de la partie du spectre qui s'étend au delà de la raie O jusqu'à la limite observable photographiquement.

Ces deux Planches complètent l'atlas d'Angström et fournissent les longueurs d'onde des raies sombres du spectre ultra-violet, ainsi que leur comparaison avec les raies brillantes des principaux métaux.

M. le Général **Morin** présente à l'Académie, de la part de M. le Président du Comité des fortifications, les feuilles XI de la belle carte en quinze feuilles publiée par le corps du Génie militaire.

M. **Larrey** présente à l'Académie, de la part de M. *de Lesseps*, une carte de la province de Kordofan dressée sous la direction du major Proust.

M. **Cros** adresse, à l'occasion des expériences de M. Chevreul, une Note sur une observation de couleurs complémentaires. (Extrait.)

« J'étais dans une pièce du premier étage, où l'on avait fermé les persiennes pour éviter le soleil. Il faisait assez clair, à cause de la lumière réfléchie par le sol d'une terrasse. Sur la terrasse, il y avait une bordure de géraniums dont les fleurs rouges brillaient au soleil. Je regardais ces fleurs en m'avançant vers la fenêtre. Les barres gris clair des persiennes passaient avec une certaine vitesse entre mes regards et l'image des fleurs. Je constatai que les fleurs des géraniums, rouges quand j'étais immobile, devenaient vert-émeraude quand je marchais. »

M. **Arnault** adresse une Note sur la proportion des naissances des filles et des garçons.

La séance est levée à 5 heures et demie. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 1[er] AVRIL 1878.

(SUITE.)

* *Sull'obbligo della istruzione elementare nel regno d'Italia*. Roma, tip. Botta, 1878; in-8°.

Statistica della emigrazione all'estero anno 1876. Roma, typ. elzeviriana, nel Ministero delle Finanze, 1877; br. in-8°.

Navigazione nei porti del regno; Part. III, anno 1876. Roma, typ. elzev., nel Ministero delle Finanze, 1877; br. in-8°.

Bilanci comunali per gli anni 1875 *e* 1876. Roma, typ. Cenniniana; 1877; 1 vol. in-8°.

Riduzione dei clorati in cloruri senza l'intervento del preteso stato nascente dell' idrogeno (Parte seconda). Nota del D[r] TOMMASI. Milano, typ. Bernardoni, 1877; br. in-8.

Ricerche fisico-chimiche sui differenti stati allotropici dell'idrogeno. Nota del D[r] D. TOMMASI. Milano, typ. Bernardoni, 1877; br. in-8°.

Sull'azione della cosi detta forza catalitica spiegata secondo la teoria termodinamica. Nota del D[r] D. TOMMASI. Milano, typ. Bernardoni, 1878; br. in-8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani; febbraio 1878. Palermo, typ. Lao, 1878; in-4°.

Estudios sobre los deformaciones, enfermedades y enemigos del arbol de cafe en Venezuela; por A. ERNST. Caracas, Imp. nacional, 1878; br. gr. in-8°.

Grammar of the fulde language, with an appendix of some original traditions and portions of Scripture translated into fulde, etc.; by CH.-A.-L. REICHARDT. London, 1876; in-8° relié.

Vocabulary of the fulde linguage; by CH. A.-L. REICHARDT. London, 1878; n-8° relié.

ERRATA.

(Séance du 1[er] avril 1878.)

Page 868, ligne 6 en remontant, *au lieu de* pour produire des plans, *lisez* pour produire des systèmes conjugués de plans.